2013年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）设集合A={1，2，3}，B={4，5}，M={x|x=a+b，a∈A，b∈B}，则M中元素的个数为（　　）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

2．（5分）$(1+\sqrt{3}i)^3$=（　　）

A．﹣8　　B．8　　C．﹣8i　　D．8i

3．（5分）已知向量$\vec{m}$=（λ+1，1），$\vec{n}$=（λ+2，2），若（$\vec{m}+\vec{n}$）⊥（$\vec{m}-\vec{n}$），则λ=（　　）

A．﹣4　　B．﹣3　　C．﹣2　　D．﹣1

4．（5分）已知函数f（x）的定义域为（﹣1，0），则函数f（2x+1）的定义域为（　　）

A．（﹣1，1）　　B．$(-1,-\frac{1}{2})$　　C．（﹣1，0）　　D．$(\frac{1}{2},1)$

5．（5分）函数f（x）=$\log_2(1+\frac{1}{x})$（x＞0）的反函数f^{-1}（x）=（　　）

A．$\frac{1}{2^x-1}(x>0)$　　B．$\frac{1}{2^x-1}(x\neq 0)$　　C．2^x-1（x∈R）　　D．2^x-1（x＞0）

6．（5分）已知数列{a_n}满足$3a_{n+1}+a_n=0$，$a_2=-\frac{4}{3}$，则{a_n}的前10项和等于（　　）

A．$-6(1-3^{-10})$　　B．$\frac{1}{9}(1-3^{-10})$　　C．$3(1-3^{-10})$　　D．$3(1+3^{-10})$

7．（5分）$(1+x)^3(1+y)^4$的展开式中x^2y^2的系数是（　　）

A．5　　B．8　　C．12　　D．18

8．（5分）椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右顶点分别为$A_1$、$A_2$，点P在C上且直线$PA_2$斜率的取值范围是[﹣2，﹣1]，那么直线$PA_1$斜率的取值范围是（　　）

A．$[\frac{1}{2},\frac{3}{4}]$　　B．$[\frac{3}{8},\frac{3}{4}]$　　C．$[\frac{1}{2},1]$　　D．$[\frac{3}{4},1]$

9. （5分）若函数f（x）$=x^2+ax+\frac{1}{x}$在$(\frac{1}{2}, +\infty)$是增函数，则a的取值范围是（　　）

A. $[-1, 0]$　　B. $[-1, +\infty)$　　C. $[0, 3]$　　D. $[3, +\infty)$

10. （5分）已知正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=2AB$，则CD与平面BDC_1所成角的正弦值等于（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$

11. （5分）已知抛物线C：$y^2=8x$的焦点为F，点M（﹣2，2），过点F且斜率为k的直线与C交于A，B两点，若$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，则k=（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

12. （5分）已知函数f（x）=cosxsin2x，下列结论中不正确的是（　　）

A. y=f（x）的图象关于（π，0）中心对称

B. $y=f(x)$的图象关于$x=\frac{\pi}{2}$对称

C. $f(x)$的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. f（x）既是奇函数，又是周期函数

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

13. （5分）已知α是第三象限角，$\sin\alpha=-\frac{1}{3}$，则cotα=______.

14. （5分）6个人排成一行，其中甲、乙两人不相邻的不同排法共有______种．（用数字作答）

15. （5分）记不等式组$\begin{cases}x\geqslant 0\\ x+3y\geqslant 4\\ 3x+y\leqslant 4\end{cases}$所表示的平面区域为D．若直线y=a（x+1）与D有公共点，则a的取值范围是______.

16. （5分）已知圆O和圆K是球O的大圆和小圆，其公共弦长等于球O的半径，$OK=\frac{3}{2}$，且圆O与圆K所在的平面所成角为60°，则球O的表面积等于______.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （10分）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n．已知$S_3=a_2^2$，且S_1，S_2，S_4成等比数

列，求$\{a_n\}$的通项式．

18．（12分）设△ABC的内角A，B，C的内角对边分别为a，b，c，满足（a+b+c）（a﹣b+c）=ac．

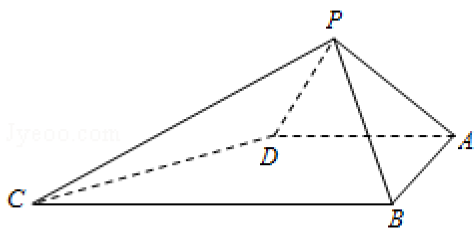
（Ⅰ）求B．

（Ⅱ）若$\sin A\sin C=\frac{\sqrt{3}-1}{4}$，求C．

19．（12分）如图，四棱锥P﹣ABCD中，∠ABC=∠BAD=90°，BC=2AD，△PAB与△PAD都是等边三角形．

（Ⅰ）证明：PB⊥CD；

（Ⅱ）求二面角A﹣PD﹣C的大小．



20．（12分）甲、乙、丙三人进行羽毛球练习赛，其中两人比赛，另一人当裁判，每局比赛结束时，负的一方在下一局当裁判，设各局中双方获胜的概率均为$\frac{1}{2}$，各局比赛的结果都相互独立，第1局甲当裁判．

（Ⅰ）求第4局甲当裁判的概率；

（Ⅱ）X表示前4局中乙当裁判的次数，求X的数学期望．

21．（12分）已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，离心率为3，直线y=2与C的两个交点间的距离为$\sqrt{6}$.

（I）求a，b；

（II）设过F_2的直线l与C的左、右两支分别相交于A、B两点，且$|AF_1|=|BF_1|$，证明：$|AF_2|$、$|AB|$、$|BF_2|$成等比数列.

22．（12分）已知函数$f(x)=\ln(1+x)-\frac{x(1+\lambda x)}{1+x}$.

（I）若x≥0时，f（x）≤0，求λ的最小值；

（II）设数列$\{a_n\}$的通项$a_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$，证明：$a_{2n}-a_n+\frac{1}{4n}>\ln 2$.