2003年重庆高考文科数学真题及答案

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1.（5分）直线 $y=2x$ 关于 x 轴对称的直线方程为（　　）

A. $y=-\frac{1}{2}x$　　B. $y=\frac{1}{2}x$　　C. $y=-2x$　　D. $y=2x$

2.（5分）已知 $x\in$（$-\frac{\pi}{2}$，0），$\cos x=\frac{4}{5}$，则 $\tan 2x$ 等于（　　）

A. $\frac{7}{24}$　　B. $-\frac{7}{24}$　　C. $\frac{24}{7}$　　D. $-\frac{24}{7}$

3.（5分）抛物线 $y=ax^2$ 的准线方程是 $y=2$，则 a 的值为（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. 8　　D. －8

4.（5分）等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1=\frac{1}{3}$，$a_2+a_5=4$，$a_n=33$，则 n 为（　　）

A. 48　　B. 49　　C. 50　　D. 51

5.（5分）双曲线虚轴的一个端点为 M，两个焦点为 F_1、F_2，$\angle F_1MF_2=120°$，则双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6.（5分）设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1 & x\le 0\\ x^{\frac{1}{2}} & x>0\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$，则 x_0 的取值范围是（　　）

A.（－1，1）　　B.（－1，+∞）

C.（－∞，－2）∪（0，+∞）　　D.（－∞，－1）∪（1，+∞）

7.（5分）已知 $f(x^5)=\lg x$，则 $f(2)=$（　　）

A. $\lg 2$　　B. $\lg 32$　　C. $\lg\frac{1}{32}$　　D. $\frac{1}{5}\lg 2$

8.（5分）函数 $y=\sin(x+\phi)$（$0\le\phi\le\pi$）是 R 上的偶函数，则 $\phi=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

9.（5 分）已知点（a，2）（a>0）到直线 l：$x-y+3=0$ 的距离为 1，则 a=（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $2-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{2}+1$

10.（5 分）已知圆锥的底面半径为 R，高为 $3R$，它的内接圆柱的底面半径为 $\frac{3}{4}R$，该圆柱的全面积为（　　）

A. $2\pi R^2$　　B. $\frac{9}{4}\pi R^2$　　C. $\frac{8}{3}\pi R^2$　　D. $\frac{5}{2}\pi R^2$

11.（5 分）已知长方形的四个顶点 A（0，0），B（2，0），C（2，1）和 D（0，1），一质点从 AB 的中点 P_0 沿与 AB 夹角为 θ 的方向射到 BC 上的点 P_1 后，依次反射到 CD、DA 和 AB 上的点 P_2、P_3 和 P_4（入射角等于反射角）若 P_4 与 P_0 重合，则 $tg\theta$ =（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

12.（5 分）棱长都为 $\sqrt{2}$ 的四面体的四个顶点在同一球面上，则此球的表面积为（　　）

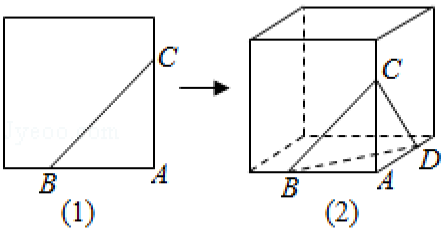
A. 3π　　B. 4π　　C. $\sqrt{3}\pi$　　D. 6π

二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

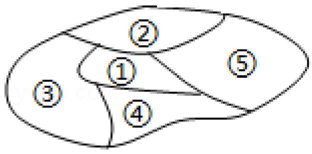
13.（4 分）不等式 $\sqrt{4x-x^2}<x$ 的解集是_______.

14.（4 分）在 $(x-\frac{1}{2x})^9$ 的展开式中，x^3 的系数是_______（用数字作答）

15.（4 分）在平面几何里，有勾股定理“设△ABC 的两边 AB，AC 互相垂直，则 $AB^2+AC^2=BC^2$”，拓展到空间，类比平面几何的勾股定理，研究三棱锥的侧面面积与底面面积间的关系，可以得出正确的结论是：“设三棱锥 $A-BCD$ 的三个侧面 ABC、ACD、ADB 两两互相垂直，则_______.”



16.（4 分）如图，一个地区分为 5 个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色．现有 4 种颜色可供选择，则不同的着色方法共有_______种．（以数字作答）

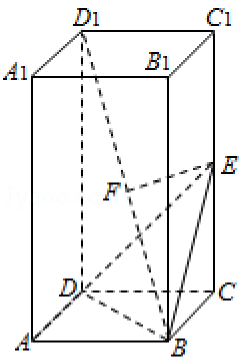


三、解答题（共6小题，满分74分）

17.（12分）已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$．$AB=1$，$AA_1=2$，点 E 为 CC_1 中点，点 F 为 BD_1 中点．

（1）证明 EF 为 BD_1 与 CC_1 的公垂线；

（2）求点 D_1 到面 BDE 的距离．



18.（12分）已知复数 z 的辐角为60°，且 $|z-1|$ 是 $|z|$ 和 $|z-2|$ 的等比中项．求 $|z|$．

19.（12分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_n=3^{n-1}+a_{n-1}$（$n\geqslant2$）．

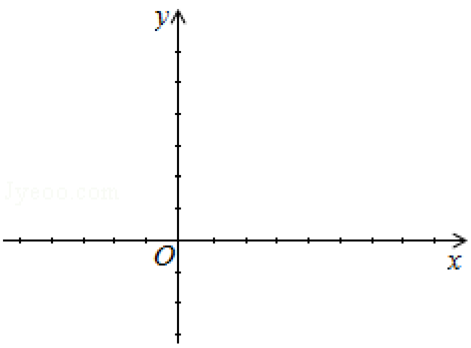
（Ⅰ）求 a_2，a_3；

（Ⅱ）证明 $a_n=\frac{3^n-1}{2}$．

20.（12分）已知函数 $f(x)=2\sin x(\sin x+\cos x)$．

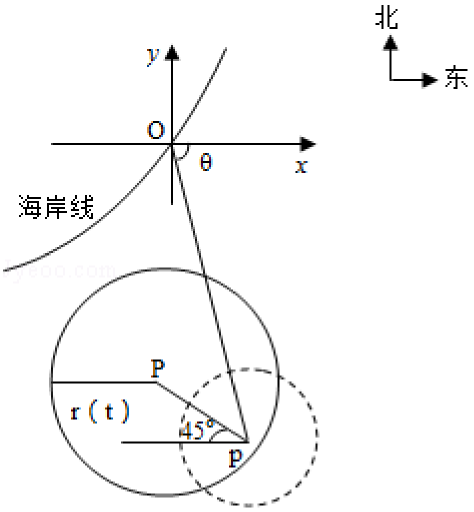
（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和最大值；

（2）在给出的直角坐标系中，画出函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}，\frac{\pi}{2}]$ 上的图象．

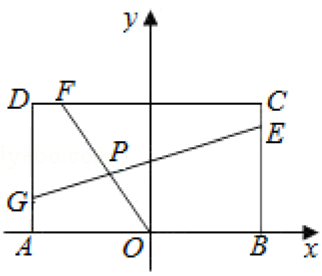


21.（12分）在某海滨城市附近海面有一台风，据监测，当前台风中心位于城市 O（如图）

的东偏南 $\theta(\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{10})$ 方向 300km 的海面 P 处，并以 20km/h 的速度向西偏北 45° 方向移动，台风侵袭的范围为圆形区域，当前半径为 60km，并以 10km/h 的速度不断增大，问几小时后该城市开始受到台风的侵袭？



22.（14 分）已知常数 $a>0$，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=4a$，O 为 AB 的中点，点 E、F、G 分别在 BC、CD、DA 上移动，且 $\frac{BE}{BC}=\frac{CF}{CD}=\frac{DG}{DA}$，$P$ 为 GE 与 OF 的交点（如图），问是否存在两个定点，使 P 到这两点的距离的和为定值？若存在，求出这两点的坐标及此定值；若不存在，请说明理由．



2003年全国统一高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）直线 $y=2x$ 关于 x 轴对称的直线方程为（　　）

A．$y=-\frac{1}{2}x$　　B．$y=\frac{1}{2}x$　　C．$y=-2x$　　D．$y=2x$

【解答】解：∵直线 $y=f(x)$ 关于 x 对称的直线方程为 $y=-f(x)$，

∴直线 $y=2x$ 关于 x 对称的直线方程为：

$y=-2x$.

故选：C.

2．（5分）已知 $x\in(-\frac{\pi}{2}，0)$，$\cos x=\frac{4}{5}$，则 $\tan 2x$ 等于（　　）

A．$\frac{7}{24}$　　B．$-\frac{7}{24}$　　C．$\frac{24}{7}$　　D．$-\frac{24}{7}$

【解答】解：∵$\cos x=\frac{4}{5}$，$x\in(-\frac{\pi}{2}，0)$，

∴$\sin x=-\frac{3}{5}$．∴$\tan x=-\frac{3}{4}$.

∴$\tan 2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2x}=\frac{-\frac{3}{2}}{1-\frac{9}{16}}=-\frac{3}{2}\times\frac{16}{7}=-\frac{24}{7}$.

故选：D.

3．（5分）抛物线 $y=ax^2$ 的准线方程是 $y=2$，则 a 的值为（　　）

A．$\frac{1}{8}$　　B．$-\frac{1}{8}$　　C．8　　D．－8

【解答】解：抛物线 $y=ax^2$ 的标准方程是 $x^2=\frac{1}{a}y$，

则其准线方程为 $y=-\frac{1}{4a}=2$，

所以 $a=-\frac{1}{8}$.

故选：B.

4.（5 分）等差数列$\{a_n\}$中，已知 $a_1=\frac{1}{3}$，$a_2+a_5=4$，$a_n=33$，则 n 为（　　）

A．48　　　　B．49　　　　C．50　　　　D．51

【解答】解：设$\{a_n\}$的公差为 d，

$\because$ $a_1=\frac{1}{3}$，$a_2+a_5=4$，

$\therefore$ $\frac{1}{3}+d+\frac{1}{3}+4d=4$，即 $\frac{2}{3}+5d=4$，

解得 $d=\frac{2}{3}$.

$\therefore a_n=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}(n-1)=\frac{2}{3}n-\frac{1}{3}$，

令 $a_n=33$，

即 $\frac{2}{3}n-\frac{1}{3}=33$，

解得 $n=50$.

故选：C.

5.（5 分）双曲线虚轴的一个端点为 M，两个焦点为 F_1、F_2，$\angle F_1MF_2=120°$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　　　B．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解答】解：根据双曲线对称性可知$\angle OMF_2=60°$，

$\therefore \tan\angle OMF_2=\frac{OF_2}{OM}=\frac{c}{b}=\sqrt{3}$，即 $c=\sqrt{3}b$，

$\therefore a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{2}b$，

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

故选：B.

6.（5 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1 & x\leq 0\\ x^{\frac{1}{2}} & x>0\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$，则 x_0 的取值范围是（　　）

A.（﹣1，1）　　B.（﹣1，+∞）

C.（﹣∞，﹣2）∪（0，+∞）　　D.（﹣∞，﹣1）∪（1，+∞）

【解答】解：当 $x_0\leqslant 0$ 时，$2^{-x_0}-1>1$，则 $x_0<-1$，

当 $x_0>0$ 时，$x_0^{\frac{1}{2}}>1$ 则 $x_0>1$，

故 x_0 的取值范围是（﹣∞，﹣1）∪（1，+∞），

故选：D.

7.（5 分）已知 $f(x^5)=lgx$，则 $f(2)=$（　　）

A．$lg2$　　B．$lg32$　　C．$lg\frac{1}{32}$　　D．$\frac{1}{5}lg2$

【解答】解：令 $x^5=2$，

$\therefore$ 得 $x=2^{\frac{1}{5}}$，

$\because f(x^5)=lgx$，

$\therefore f(2)=lg2^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}lg2$.

故选：D.

8.（5 分）函数 $y=\sin(x+\phi)$（$0\leqslant\phi\leqslant\pi$）是 R 上的偶函数，则 $\phi=$（　　）

A．0　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．π

【解答】解：当 $\phi=0$ 时，$y=\sin(x+\phi)=\sin x$ 为奇函数不满足题意，排除 A;

当 $\phi=\frac{\pi}{4}$时，$y=\sin(x+\phi)=\sin(x+\frac{\pi}{4})$ 为非奇非偶函数，排除 B;

当 $\phi=\frac{\pi}{2}$时，$y=\sin(x+\phi)=\cos x$，为偶函数，满足条件.

当 $\phi=\pi$ 时，$y=\sin(x+\phi)=-\sin x$，为奇函数，

故选：C.

9.（5 分）已知点（a，2）（$a>0$）到直线 l：$x-y+3=0$ 的距离为 1，则 $a=$（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $2-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{2}+1$

【解答】解：由点到直线的距离公式得：$1=\frac{|a-2+3|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}=|a+1|$，

∵$a>0$，

∴$a=\sqrt{2}-1$.

故选：C.

10.（5 分）已知圆锥的底面半径为 R，高为 $3R$，它的内接圆柱的底面半径为$\frac{3}{4}R$，该圆柱的全面积为（　　）

A. $2\pi R^2$　　B. $\frac{9}{4}\pi R^2$　　C. $\frac{8}{3}\pi R^2$　　D. $\frac{5}{2}\pi R^2$

【解答】解：设圆锥内接圆柱的高为 h，则 $\frac{\frac{3R}{4}}{R}=\frac{3R-h}{3R}$，解得 $h=\frac{3}{4}R$，

所以圆柱的全面积为：$s=2\times(\frac{3}{4}R)^2\pi+(\frac{3}{2}R)\pi\times\frac{3}{4}R=\frac{9}{4}\pi R^2$.

故选：B.

11.（5 分）已知长方形的四个顶点 A（0，0），B（2，0），C（2，1）和 D（0，1），一质点从 AB 的中点 P_0 沿与 AB 夹角为 θ 的方向射到 BC 上的点 P_1 后，依次反射到 CD、DA 和 AB 上的点 P_2、P_3 和 P_4（入射角等于反射角）若 P_4 与 P_0 重合，则 $tg\theta=$（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

【解答】解：由于若 P_4 与 P_0 重合，

故 P_2、P_3 也都是所在边的中点，

因为 $ABCD$ 是长方形，

根据对称性可知 P_0P_1 的斜率是 $\frac{1}{2}$，

则 $tg\theta=\frac{1}{2}$.

故选：C.

12.（5 分）棱长都为$\sqrt{2}$的四面体的四个顶点在同一球面上，则此球的表面积为（　　）

A．3π　　B．4π　　C．$3\sqrt{3}\pi$　　D．6π

【解答】解：借助立体几何的两个熟知的结论：

（1）一个正方体可以内接一个正四面体；

（2）若正方体的顶点都在一个球面上，则正方体的体对角线就是球的直径.

则球的半径 $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴球的表面积为 3π，

故选：A.

二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

13.（4 分）不等式$\sqrt{4x-x^2}<x$的解集是__（2，4]__.

【解答】解：∵$x>\sqrt{4x-x^2}\geq 0$，

∴$x>0$，

∵不等式$\sqrt{4x-x^2}<x$，两边平方得，

$4x-x^2<x^2$，

∴$2x^2-4x>0$，

解得，$x>2$，$x<0$（舍去），

∵$4x-x^2\geqslant 0$，

∴$0\leqslant x\leqslant 4$，

∴综上得：不等式的解集为：（2，4]，

故答案为（2，4].

14.（4 分）在$(x-\frac{1}{2x})^9$的展开式中，x^3 的系数是__$-\frac{21}{2}$__（用数字作答）

【解答】解：根据题意，对于 $(x-\frac{1}{2x})^9$，

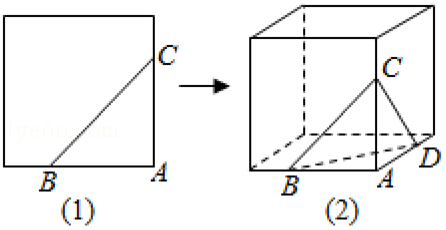
有 $T_{r+1}=C_9^{9-r}\cdot x^{9-r}\cdot(-\frac{1}{2x})^r=(-\frac{1}{2})^r\cdot C_9^{9-r}\cdot x^{9-2r}$，

令 $9-2r=3$，可得 $r=3$，

当 $r=3$ 时，有 $T_4=-\frac{21}{2}x^3$，

故答案 $-\frac{21}{2}$.

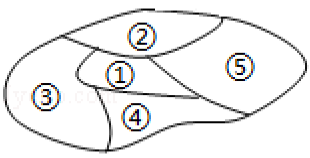
15．（4 分）在平面几何里，有勾股定理“设△ABC 的两边 AB，AC 互相垂直，则 $AB^2+AC^2=BC^2$”，拓展到空间，类比平面几何的勾股定理，研究三棱锥的侧面面积与底面面积间的关系，可以得出正确的结论是：“设三棱锥 $A-BCD$ 的三个侧面 ABC、ACD、ADB 两两互相垂直，则__ $S_{\triangle ABC}^2+S_{\triangle ACD}^2+S_{\triangle ADB}^2=S_{\triangle BCD}^2$ __.”



【解答】解：建立从平面图形到空间图形的类比，于是作出猜想：$S_{\triangle ABC}^2+S_{\triangle ACD}^2+S_{\triangle ADB}^2=S_{\triangle BCD}^2$.

故答案为：$S_{\triangle ABC}^2+S_{\triangle ACD}^2+S_{\triangle ADB}^2=S_{\triangle BCD}^2$.

16．（4 分）如图，一个地区分为 5 个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色．现有 4 种颜色可供选择，则不同的着色方法共有__72__种．（以数字作答）



【解答】解：由题意，选用 3 种颜色时：涂色方法 $C_4^3\cdot A_3^3=24$ 种

4 色全用时涂色方法：$C_2^1\cdot A_4^4=48$ 种

所以不同的着色方法共有 72 种．

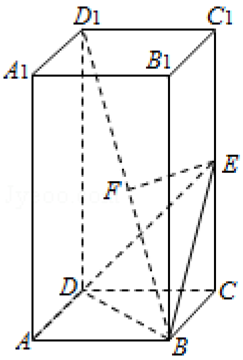
故答案为：72

三、解答题（共 6 小题，满分 74 分）

17．（12分）已知正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$．$AB=1$，$AA_1=2$，点E为CC_1中点，点F为BD_1中点．

（1）证明EF为BD_1与CC_1的公垂线；

（2）求点D_1到面BDE的距离．



【解答】解：（1）取BD中点M.

连接MC，FM.

∵F为BD_1中点，

∴$FM\parallel D_1D$且$FM=\frac{1}{2}D_1D$.

又$EC\ \frac{1}{2}CC_1$且$EC\perp MC$，

∴四边形$EFMC$是矩形

∴$EF\perp CC_1$．又$FM\perp$面DBD_1.

∴$EF\perp$面DBD_1.

∵$BD_1\subset$面DBD_1．∴$EF\perp BD_1$.

故EF为BD_1与CC_1的公垂线．

（Ⅱ）解：连接ED_1，有$V_{E-DBD_1}=V_{D_1-DBE}$.

由（Ⅰ）知$EF\perp$面DBD_1，

设点D_1到面BDE的距离为d.

则$S_{\triangle DBE}\cdot d=S_{\triangle DBD_1}\cdot EF$.

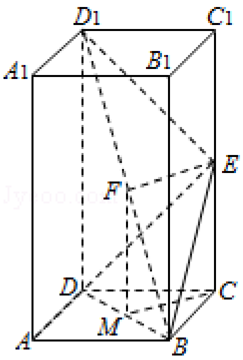
∵$AA_1=2$，$AB=1$.

∴$BD=BE=ED=\sqrt{2}$，$EF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $S_{\triangle DBD_1}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 2=\sqrt{2}$. $S_{\triangle DBE}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot(\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $d=\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

故点 D_1 到平面 DBE 的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.



18.（12 分）已知复数 z 的辐角为 60°，且$|z-1|$是$|z|$和$|z-2|$的等比中项．求$|z|$.

【解答】解：设 $z=$（$r\cos60°+r\sin60°\ i$），

则复数 z 的实部为 $\frac{r}{2}$. $z-\overline{z}=r$，$z\overline{z}=r^2$

由题设$|z-1|^2=|z|\cdot|z-2|$，

即：$(z-1)(\overline{z}-1)=|z|\sqrt{(z-2)(\overline{z}-2)}$

∴$r^2-r+1=r\sqrt{r^2-2r+4}$，

整理得 $r^2+2r-1=0$.

解得 $r=\sqrt{2}-1$，

$r=-\sqrt{2}-1$（舍去）.

即$|z|=\sqrt{2}-1$.

19.（12 分）已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_n=3^{n-1}+a_{n-1}$（$n\geqslant2$）.

（Ⅰ）求 a_2，a_3；

（Ⅱ）证明 $a_n=\frac{3^n-1}{2}$.

【解答】解：（Ⅰ）∵$a_1=1$，

∴$a_2=3+1=4$，

∴$a_3=3^2+4=13$；

（Ⅱ）证明：由已知 $a_n-a_{n-1}=3^{n-1}$，$n\geqslant 2$

故 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$

$=3^{n-1}+3^{n-2}+\cdots+3+1=\frac{3^n-1}{2}$．$n\geqslant 2$

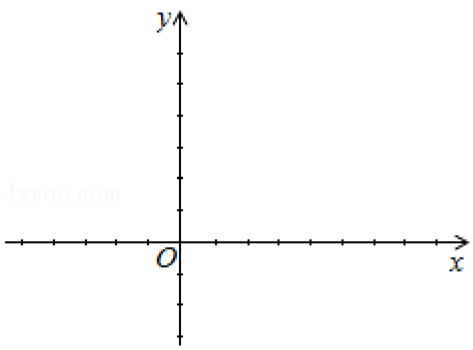
当 $n=1$ 时，也满足上式．

所以 $a_n=\frac{3^n-1}{2}$．

20．（12 分）已知函数 $f(x)=2\sin x(\sin x+\cos x)$．

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和最大值；

（2）在给出的直角坐标系中，画出函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上的图象．

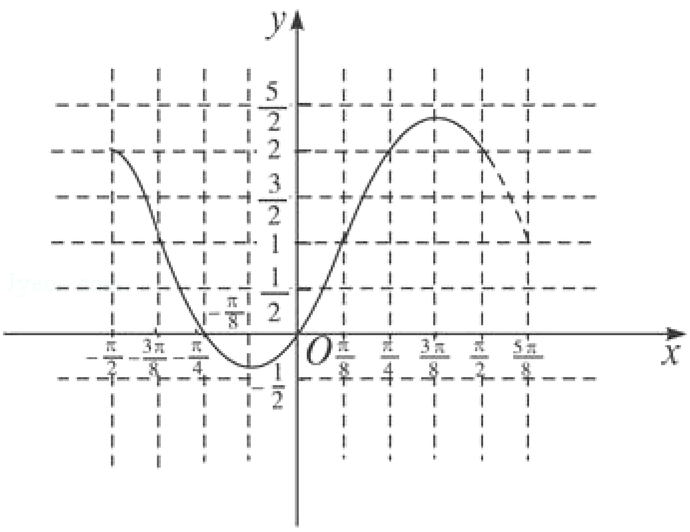


【解答】解：（1）$f(x)=2\sin^2x+2\sin x\cos x=1-\cos 2x+\sin 2x$

$=1+\sqrt{2}(\sin 2x\cos\frac{\pi}{4}-\cos 2x\sin\frac{\pi}{4})$

$=1+\sqrt{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})$

所以函数的最小正周期为 π，最大值为 $1+\sqrt{2}$；

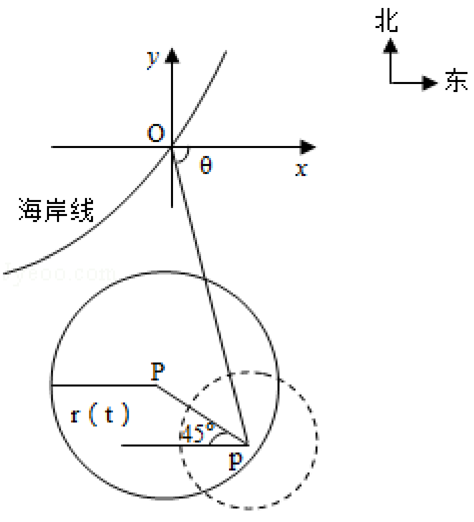


（2）由（1）列表得：

x	$-\frac{3\pi}{8}$	$-\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$
y	1	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	1

故函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}]$ 上的图象是：

21．（12 分）在某海滨城市附近海面有一台风，据监测，当前台风中心位于城市 O（如图）的东偏南 $\theta(\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{10})$ 方向 300km 的海面 P 处，并以 20km/h 的速度向西偏北 45° 方向移动，台风侵袭的范围为圆形区域，当前半径为 60km，并以 10km/h 的速度不断增大，问几小时后该城市开始受到台风的侵袭？



【解答】解：如图建立坐标系：以 O 为原点，正东方向为 x 轴正向．

在时刻：t（h）台风中心 P（x，y）的坐标为

$$\begin{cases} x=300\times\frac{\sqrt{2}}{10}-20\times\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-300\times\frac{7\sqrt{2}}{10}+20\times\frac{\sqrt{2}}{2}t. \end{cases}$$

令（x'，y'）是台风边缘线上一点，则此时台风侵袭的区域是（$x'-x$）^{2}+（$y'-y$）^{2}≤[r（t）]^2，

其中 r（t）$=10t+60$，

若在 t 时，该城市受到台风的侵袭，

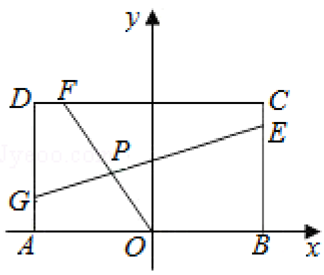
则有（$0-x$）^{2}+（$0-y$）^{2}≤（$10t+60$）^{2}，

即 $$(300\times\frac{\sqrt{2}}{10}-20\times\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2+(-300\times\frac{7\sqrt{2}}{10}+20\times\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2\le(10t+60)^2,$$

即 $t^2-36t+288\le0$，解得 $12\le t\le24$．

答：12 小时后该城市开始受到台风侵袭．

22．（14 分）已知常数 $a>0$，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=4a$，O 为 AB 的中点，点 E、F、G 分别在 BC、CD、DA 上移动，且 $\frac{BE}{BC}=\frac{CF}{CD}=\frac{DG}{DA}$，$P$ 为 GE 与 OF 的交点（如图），问是否存在两个定点，使 P 到这两点的距离的和为定值？若存在，求出这两点的坐标及此定值；若不存在，请说明理由．



【解答】解：根据题设条件，首先求出点 P 坐标满足的方程，

据此再判断是否存在两定点，使得点 P 到定点距离的和为定值．

按题意有 A（-2，0），B（2，0），C（2，$4a$），D（-2，$4a$）

设 $\frac{BE}{BC}=\frac{CF}{CD}=\frac{DG}{DA}=k$（$0\le k\le1$），

由此有 E（2，$4ak$），F（$2-4k$，$4a$），G（-2，$4a-4ak$）．

直线 OF 的方程为：$2ax+(2k-1)y=0$，①

直线 GE 的方程为：$-a(2k-1)x+y-2a=0$．②

从①，②消去参数 k，

得点 P（x，y）坐标满足方程 $2a^2x^2+y^2-2ay=0$，

整理得 $\frac{x^2}{\frac{1}{2}}+\frac{(y-a)^2}{a^2}=1$.

当 $a^2=\frac{1}{2}$时，点 P的轨迹为圆弧，所以不存在符合题意的两点；

当 $a^2\neq\frac{1}{2}$时，点 P轨迹为椭圆的一部分，点 P到该椭圆焦点的距离的和为定长；

当 $a^2<\frac{1}{2}$时，点 P到椭圆两个焦点 $(-\sqrt{\frac{1}{2}-a^2}, a)$，$(\sqrt{\frac{1}{2}-a^2}, a)$的距离之和为定值 $\sqrt{2}$；

当 $a^2>\frac{1}{2}$时，点 P到椭圆两个焦点 $(0, a-\sqrt{a^2-\frac{1}{2}})$，$(0, a+\sqrt{a^2-\frac{1}{2}})$的距离之和为定值 $2a$.