

2012年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

一、选择题（共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. （5分）复数 $\frac{-1+3i}{1+i}$ = ()
A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$
2. （5分）已知集合 $A=\{1, 3, \sqrt{\pi}\}$, $B=\{1, m\}$, $A \cup B=A$, 则 m 的值为 ()
A. 0 或 $\sqrt{3}$ B. 0 或 3 C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3
3. （5分）椭圆的中心在原点，焦距为4，一条准线为 $x=-4$ ，则该椭圆的方程为 ()
A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$ C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$
4. （5分）已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=2$, $CC_1=2\sqrt{2}$, E 为 CC_1 的中点，则直线 AC_1 与平面 BED 的距离为 ()
A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1
5. （5分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_5=5$, $S_5=15$, 则数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前100项和为 ()
A. $\frac{100}{101}$ B. $\frac{99}{101}$ C. $\frac{99}{100}$ D. $\frac{101}{100}$
6. （5分） $\triangle ABC$ 中， AB 边的高为 CD , 若 $\vec{CB}=\vec{a}$, $\vec{CA}=\vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}=0$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, 则 $\vec{AD}=\$ ()
A. $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$ B. $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ C. $\frac{3}{5}\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$ D. $\frac{4}{5}\vec{a} - \frac{4}{5}\vec{b}$
7. （5分）已知 α 为第二象限角， $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()
A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{9}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
8. （5分）已知 F_1, F_2 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 2$ 的左、右焦点，点 P 在 C 上， $|PF_1|=2|PF_2|$, 则 $\cos\angle F_1PF_2 =$ ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

9. (5分) 已知 $x=\ln\pi$, $y=\log_5 2$, $z=e^{-\frac{1}{2}}$, 则 ()
- A. $x < y < z$ B. $z < x < y$ C. $z < y < x$ D. $y < z < x$
10. (5分) 已知函数 $y=x^3 - 3x+c$ 的图象与 x 轴恰有两个公共点, 则 $c=$ ()
- A. -2 或 2 B. -9 或 3 C. -1 或 1 D. -3 或 1
11. (5分) 将字母 a, a, b, b, c, c 排成三行两列, 要求每行的字母互不相同, 每列的字母也互不相同, 则不同的排列方法共有 ()
- A. 12种 B. 18种 C. 24种 D. 36种
12. (5分) 正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点 E 在边 AB 上, 点 F 在边 BC 上, $AE=BF=\frac{3}{7}$, 动点 P 从 E 出发沿直线向 F 运动, 每当碰到正方形的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当点 P 第一次碰到 E 时, P 与正方形的边碰撞的次数为 ()
- A. 16 B. 14 C. 12 D. 10

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分, 把答案填在题中横线上.

(注意: 在试题卷上作答无效)

13. (5分) 若 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \\ x+3y-3 \geq 0 \end{cases}$$
 则 $z=3x - y$ 的最小值为_____.
14. (5分) 当函数 $y=\sin x - \sqrt{3}\cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) 取得最大值时, $x=$ _____.
15. (5分) 若 $(x+\frac{1}{x})^n$ 的展开式中第3项与第7项的二项式系数相等, 则该展开式中 $\frac{1}{x^2}$ 的系数为_____.
16. (5分) 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面边长和侧棱长都相等, $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为_____.

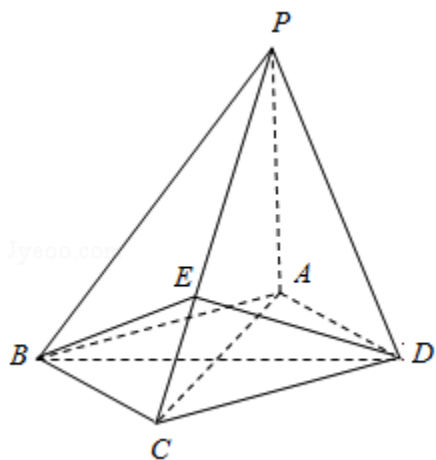
三、解答题: 本大题共6小题, 共70分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\cos(A - C) + \cos B = 1$, $a = 2c$, 求 C .

18. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$,
 $AC=2\sqrt{2}$, $PA=2$, E 是 PC 上的一点, $PE=2EC$.

(I) 证明: $PC \perp$ 平面 BED ;

(II) 设二面角 $A-PB-C$ 为 90° , 求 PD 与平面 PBC 所成角的大小.



19. (12分) 乒乓球比赛规则规定: 一局比赛, 双方比分在10平前, 一方连续发球2次后, 对方再连续发球2次, 依次轮换. 每次发球, 胜方得1分, 负方得0分. 设在甲、乙的比赛中, 每次发球, 发球方得1分的概率为0.6, 各次发球的胜负结果相互独立. 甲、乙的一局比赛中, 甲先发球.

(I) 求开始第4次发球时, 甲、乙的比分为1比2的概率;

(II) ξ 表示开始第4次发球时乙的得分, 求 ξ 的期望.

20. (12分) 设函数 $f(x) = ax + \cos x$, $x \in [0, \pi]$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设 $f(x) \leq 1 + \sin x$, 求 a 的取值范围.

21. (12分) 已知抛物线 $C: y = (x+1)^2$ 与圆 $M: (x-1)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = r^2$ ($r > 0$)

有一个公共点 A , 且在 A 处两曲线的切线为同一直线 l .

(I) 求 r ;

(II) 设 m, n 是异于 l 且与 C 及 M 都相切的两条直线, m, n 的交点为 D , 求 D 到 l 的距离.

22. (12分) 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$, 定义数列 $\{$

$x_n\}$ 如下: $x_1 = 2$, x_{n+1} 是过两点 $P(4, 5)$, $Q_n(x_n, f(x_n))$ 的直线 PQ_n 与 x 轴交点的横坐标.

(I) 证明: $2 \leq x_n < x_{n+1} < 3$;

(II) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式.