

# 2011年天津高考文科数学试题及答案详细解析 (天津卷)

参考公式:

如果事件A, B互斥, 那么

棱柱的体积公式  $V = Sh$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

其中S表示棱柱的底面面积。

一、选择题: 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1.  $i$  是虚数单位, 复数  $\frac{1-3i}{1-i} =$

- A.  $2-i$                       B.  $2+i$                       C.  $-1-2i$                       D.  $-1+2i$

2. 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x \geq 1, \\ x+y-4 \leq 0, \\ x-3y+4 \leq 0, \end{cases}$  则目标函数  $z = 3x - y$  的

最大值为

- A. -4                      B. 0  
C.  $\frac{4}{3}$                       D. 4

3. 阅读右边的程序框图, 运行相应的程序, 若输入  $x$  的值为-

4, 则输出  $y$  的值为

- A. 0.5                      B. 1  
C. 2                      D. 4

4. 设集合  $A = \{x \in R \mid x-2 > 0\}, B = \{x \in R \mid x < 0\},$

$$C = \{x \in R \mid x(x-2) > 0\},$$

则“ $x \in A \cup B$ ”是“ $x \in C$ ”的

- A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 即不充分也不必要条件

5. 已知  $a = \log_2 3.6, b = \log_4 3.2, c = \log_4 3.6$  则

- A.  $a > b > c$                       B.  $a > c > b$                       C.  $b > a > c$                       D.  $c > a > b$

6. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左顶点与抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点的距

离为4, 且双曲线的一条渐近线与抛物线的准线的准线的交点坐标为  $(-2, -$

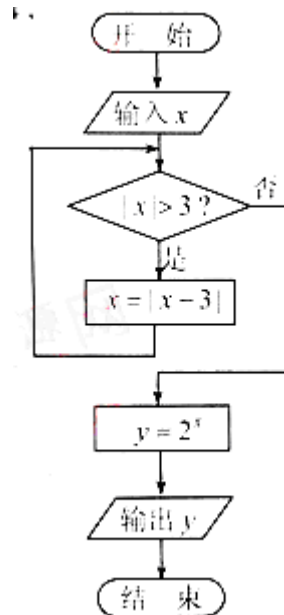
$1)$ , 则双曲线的焦距为 ( )

- A.  $2\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{5}$                       C.  $4\sqrt{3}$                       D.  $4\sqrt{5}$

7. 已知函数  $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi), x \in R,$  其中  $\omega > 0, -\pi < \varphi \leq \pi,$  若  $f(x)$  的最小正周期

为  $6\pi,$  且当  $x = \frac{\pi}{2}$  时,  $f(x)$  取得最大值, 则 ( )

- A.  $f(x)$  在区间  $[-2\pi, 0]$  上是增函数                      B.  $f(x)$  在区间  $[-3\pi, -\pi]$  上是增函数  
C.  $f(x)$  在区间  $[3\pi, 5\pi]$  上是减函数                      D.  $f(x)$  在区间  $[4\pi, 6\pi]$  上是减函数



8. 对实数  $a$  和  $b$ , 定义运算“ $\otimes$ ”:  $a \otimes b = \begin{cases} a, a-b \leq 1, \\ b, a-b > 1. \end{cases}$  设函数

$f(x) = (x^2 - 2) \otimes (x - 1), x \in R$ . 若函数  $y = f(x) - c$  的图象与  $x$  轴恰有两个公共点, 则实数  $c$  的取值范围是 ( )

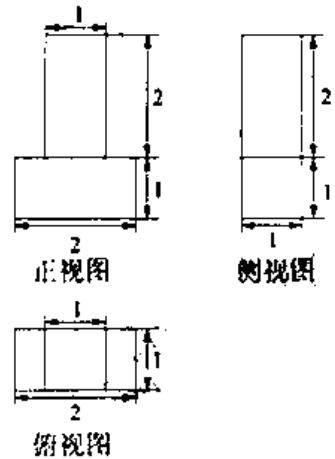
- A.  $(-1, 1] \cup (2, +\infty)$  B.  $(-2, -1] \cup (1, 2]$  C.  $(-\infty, -2) \cup (1, 2]$  D.  $[-2, -1]$

二、填空题: 本大题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. 已知集合  $A = \{x \in R \mid |x-1| < 2\}$ ,  $Z$  为整数集, 则集合

$A \cap Z$  中所有元素的和等于\_\_\_\_\_

10. 一个几何体的三视图如图所示(单位:  $m$ ), 则该几何体的体积为\_\_\_\_\_  $m^3$



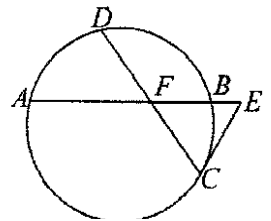
11. 已知  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  为其前  $n$  项和,  $n \in N^*$ ,

若  $a_3 = 16, S_{20} = 20$ , 则  $S_{10}$  的值为\_\_\_\_\_

12. 已知  $\log_2 a + \log_2 b \geq 1$ , 则  $3^a + 9^b$  的最小值为\_\_\_\_\_

13. 如图已知圆中两条弦  $AB$  与  $CD$  相交于点  $F$ ,  $E$  是  $AB$  延长线上一点, 且  $DF = CF = \sqrt{2}, AF : FB : BE = 4 : 2 : 1$ .

若  $CE$  与圆相切, 则  $CE$  的长为\_\_\_\_\_



14. 已知直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC, \angle ADC = 90^\circ, AD = 2, BC = 1$ ,

$P$  是腰  $DC$  上的动点, 则  $|\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB}|$  的最小值为\_\_\_\_\_

三、解答题: 本大题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 编号为  $A_1, A_2, \dots, A_{16}$  的16名篮球运动员在某次训练比赛中的得分记录如下:

运动员编号	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$
得分	15	35	21	28	25	36	18	34
运动员编号	$A_9$	$A_{10}$	$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{13}$	$A_{14}$	$A_{15}$	$A_{16}$
得分	17	26	25	33	22	12	31	38

(I) 将得分在对应区间内的人数填入相应的空格:

区间	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40]$
人数			

(II) 从得分在区间  $[20, 30)$  内的运动员中随机抽取2人,

(i) 用运动员的编号列出所有可能的抽取结果; (ii) 求这2人得分之和大于50的概率

16.

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $B = C, 2b = \sqrt{3}a$ .

(I) 求  $\cos A$  的值;

(II)  $\cos(2A + \frac{\pi}{4})$  的值.

17. (本小题满分13分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为

平行四边形,  $\angle ADC = 45^\circ$ ,  $AD = AC = 1$ ,  $O$  为  $AC$  中点,

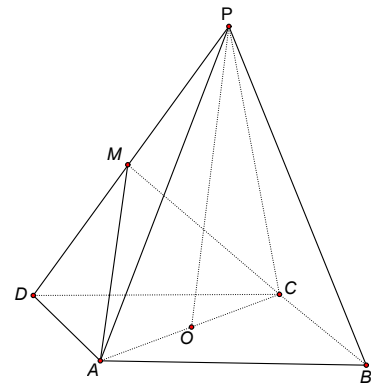
$PO \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PO = 2$ ,

$M$  为  $PD$  中点.

(I) 证明:  $PB \parallel$  平面  $ACM$ ;

(II) 证明:  $AD \perp$  平面  $PAC$ ;

(III) 求直线  $AM$  与平面  $ABCD$  所成角的正切值.



18. (本小题满分13分)

设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ . 点  $P(a, b)$  满足

$$|PF_2| = |F_1F_2|.$$

(I) 求椭圆的离心率  $e$ ;

(II) 设直线  $PF_2$  与椭圆相交于  $A, B$  两点, 若直线  $PF_2$  与圆

$$(x+1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 16$$

相交于  $M, N$  两点, 且  $|MN| = \frac{5}{8}|AB|$ , 求椭圆的方程

19. (本小题满分14分) 已知函数  $f(x) = 4x^3 + 3tx^2 - 6tx + t - 1, x \in R$ , 其中  $t \in R$ .

(I) 当  $t = 1$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;

(II) 当  $t \neq 0$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;

(III) 证明: 对任意的  $t \in (0, +\infty)$ ,  $f(x)$  在区间  $(0, 1)$  内均存在零点.

20. (本小题满分14分)

已知数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  满足

$$b_{n+1}a_n + b_n a_{n+1} = (-2)^n + 1, b_n = \frac{3 + (-1)^{n-1}}{2}, n \in N^*, \text{且} a_1 = 2.$$

(I) 求  $a_2, a_3$  的值;

(II) 设  $c_n = a_{2n+1} - a_{2n-1}, n \in N^*$ , 证明  $\{c_n\}$  是等比数列;

(III) 设  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 证明  $\frac{S_1}{a_1} + \frac{S_2}{a_2} + \dots + \frac{S_{2n-1}}{a_{2n-1}} + \frac{S_{2n}}{a_{2n}} \leq n - \frac{1}{3} (n \in N^*)$ .