2015年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

数学（理科）

一、选择题（本大题共12个小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设集合 $M=\{x\mid x^2=x\}$，$N=\{x\mid \lg x\le 0\}$，则 $M\cup N=$（　　）

A. $[0,1]$　　B. $(0,1]$　　C. $[0,1)$　　D. $(-\infty,1]$

【答案】A

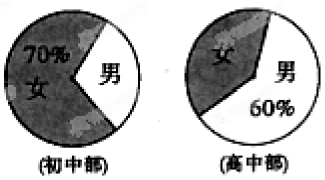
【解析】$M=\{x|x^2=x\}=\{0,1\}$，$N=\{x|\lg x\le 0\}=\{x|0<x\le 1\}$，所以 $M\cup N=[0,1]$，故选A.

【考点定位】1、一元二次方程；2、对数不等式；3、集合的并集运算.

【名师点睛】本题主要考查的是一元二次方程、对数不等式和集合的并集运算，属于容易题．解题时要看清楚是求“$\cap$”还是求“$\cup$”和要注意对数的真数大于0，否则很容易出现错误.

2. 某中学初中部共有110名教师，高中部共有150名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为（　　）

A. 167　　B. 137　　C. 123　　D. 93



【答案】B

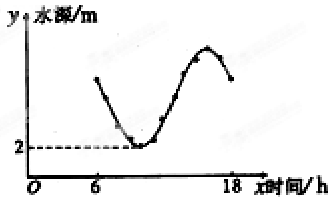
【解析】该校女老师的人数是 $110\times 70\%+150\times(1-60\%)=137$，故选B.

【考点定位】扇形图.

【名师点睛】本题主要考查的是扇形图，属于容易题．解题时一定要抓住重要字眼“女教师”，否则很容易出现错误．扇形统计图是用整个圆表示总数，用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形图可以很清晰地表示各部分数量同总数之间的关系.

3. 如图，某港口一天6时到18时的水深变化曲线近似满足函数 $y=3\sin(\frac{\pi}{6}x+\varphi)+k$，据此函数可知，这段时间水深（单位：m）的最大值为（　　）

A. 5　　B. 6　　C. 8　　D. 10



【答案】C

【解析】由图象知：$y_{\min}=2$，因为 $y_{\min}=-3+k$，所以 $-3+k=2$，解得：$k=5$，所以这段时间水深的最大值是 $y_{\max}=3+k=3+5=8$，故选 C.

【考点定位】三角函数的图象与性质.

【名师点晴】本题主要考查的是三角函数的图象与性质，属于容易题．解题时一定要抓住重要字眼“最大值”，否则很容易出现错误．解三角函数求最值的试题时，我们经常使用的是整体法．本题从图象中可知 $\sin\left(\dfrac{\pi}{6}x+\varphi\right)=-1$ 时，y 取得最小值，进而求出 k 的值，当 $\sin\left(\dfrac{\pi}{6}x+\varphi\right)=1$ 时，y 取得最大值.

4. 二项式 $(x+1)^n(n\in N_+)$ 的展开式中 x^2 的系数为 15，则 $n=$（　　）

A． 4　　　　B． 5　　　　C． 6

D． 7

【答案】C

【解析】二项式 $(x+1)^n$ 的展开式的通项是 $\mathrm{T}_{r+1}=\mathrm{C}_n^r x^r$，令 $r=2$ 得 x^2 的系数是 C_n^2，因为 x^2 的系数为 15，所以 $\mathrm{C}_n^2=15$，即 $n^2-n-30=0$，解得：$n=6$ 或 $n=-5$，因为 $n\in\mathrm{N}_+$，所以 $n=6$，故选 C.

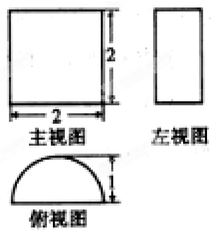
【考点定位】二项式定理.

【名师点晴】本题主要考查的是二项式定理，属于容易题．解题时一定要抓住重要条件“$n\in\mathrm{N}_+$”，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是二项式定理，即二项式 $(a+b)^n$ 的展开式的通项是 $\mathrm{T}_{k+1}=\mathrm{C}_n^k a^{n-k}b^k$.

5. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）

A． 3π　　　　B． 4π　　　　C． $2\pi+4$

D． $3\pi+4$



【答案】D

【解析】由三视图知：该几何体是半个圆柱，其中底面圆的半径为1，母线长为2，所以该几何体的表面积是$\frac{1}{2}\times 2\pi\times 1\times(1+2)+2\times 2=3\pi+4$，故选D．学科网

【考点定位】1、三视图；2、空间几何体的表面积．

【名师点睛】本题主要考查的是三视图和空间几何体的表面积，属于容易题．解题时要看清楚是求表面积还是求体积，否则很容易出现错误．本题先根据三视图判断几何体的结构特征，再计算出几何体各个面的面积即可．

6. “$\sin\alpha=\cos\alpha$”是“$\cos 2\alpha=0$”的（　　）．

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】因为$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=0$，所以$\sin\alpha=\cos\alpha$或$\sin\alpha=-\cos\alpha$，因为“$\sin\alpha=\cos\alpha$”$\Rightarrow$“$\cos 2\alpha=0$”，但“$\sin\alpha=\cos\alpha$”$\not\Leftarrow$“$\cos 2\alpha=0$”，所以“$\sin\alpha=\cos\alpha$”是“$\cos 2\alpha=0$”的充分不必要条件，故选A．

【考点定位】1、二倍角的余弦公式；2、充分条件与必要条件．

【名师点睛】本题主要考查的是二倍角的余弦公式和充分条件与必要条件，属于容易题．解题时一定要注意$p\Rightarrow q$时，p是q的充分条件，q是p的必要条件，否则很容易出现错误．充分、必要条件的判断即判断命题的真假，在解题中可以根据原命题与其逆否命题进行等价转化．

7. 对任意向量$\vec{a},\vec{b}$，下列关系式中不恒成立的是（　　）

A．$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$　　B．$|\vec{a}-\vec{b}|\le||\vec{a}|-|\vec{b}||$

C．$(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$　　D．$(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2$

【答案】B

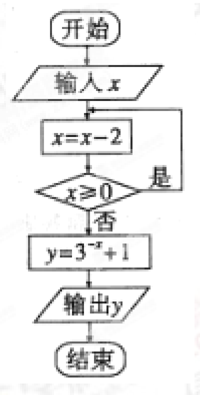
【解析】因为$\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\left|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\right|\le\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$，所以选项A正确；当$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反时，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|\le\left|\left|\vec{a}\right|-\left|\vec{b}\right|\right|$不成立，所以选项B错误；向量的平方等于向量的模的平方，所以选项C正确；$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\vec{a}^2-\vec{b}^2$，所以选项D正确．故选B．

【考点定位】1、向量的模；2、向量的数量积.

【名师点晴】本题主要考查的是向量的模和向量的数量积，属于容易题．解题时一定要抓住重要字眼“不”，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是向量的模和向量的数量积，即 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$，$\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$.

8. 根据右边的图，当输入 x 为2006时，输出的 $y=$（　　）

A．28　　　　B．10　　　　C．4　　　　D．2



【答案】B

【解析】初始条件：$x=2006$；第1次运行：$x=2004$；第2次运行：$x=2002$；第3次运行：$x=2000$；……；第1003次运行：$x=0$；第1004次运行：$x=-2$．不满足条件 $x\ge 0$?，停止运行，所以输出的 $y=3^2+1=10$，故选B．学科网

【考点定位】程序框图.

【名师点晴】本题主要考查的是程序框图，属于容易题．解题时一定要抓住重要条件“$x\ge 0$”，否则很容易出现错误．在给出程序框图求解输出结果的试题中只要按照程序框图规定的运算方法逐次计算，直到达到输出条件即可.

9. 设 $f(x)=\ln x, 0<a<b$，若 $p=f(\sqrt{ab})$，$q=f(\frac{a+b}{2})$，$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))$，则下列关系式中正确的是（　　）

A． $q=r<p$　　　　B． $q=r>p$　　　　C． $p=r<q$　　　　D． $p=r>q$

【答案】C

【解析】$p=f(\sqrt{ab})=\ln\sqrt{ab}$，$q=f(\frac{a+b}{2})=\ln\frac{a+b}{2}$，$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))=\frac{1}{2}\ln ab=\ln\sqrt{ab}$，函数 $f(x)=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，因为 $\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$，所以 $f(\frac{a+b}{2})>f(\sqrt{ab})$，所以 $q>p=r$，故选C.

【考点定位】1、基本不等式；2、基本初等函数的单调性．

【名师点睛】本题主要考查的是基本不等式和基本初等函数的单调性，属于容易题．解题时一定要注意检验在使用基本不等式求最值中是否能够取得等号，否则很容易出现错误．本题先判断$\dfrac{a+b}{2}$和$\sqrt{ab}$的大小关系，再利用基本初等函数的单调性即可比较大小．

10. 某企业生产甲、乙两种产品均需用 A，B 两种原料．已知生产 1 吨每种产品需原料及每天原料的可用限额如表所示，如果生产 1 吨甲、乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元，则该企业每天可获得最大利润为（　　）

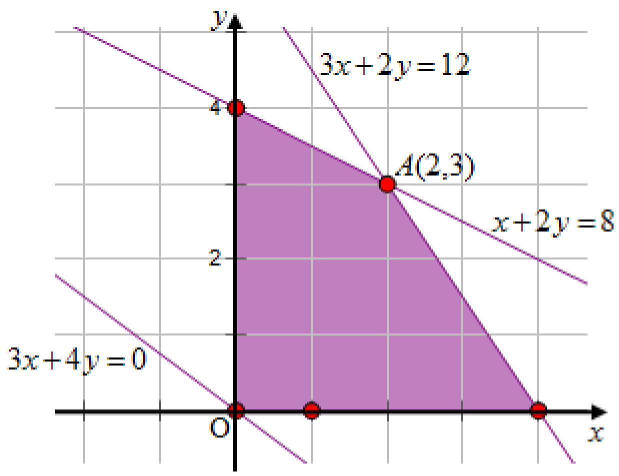
A．12 万元　　B．16 万元　　C．17 万元　　D．18 万元

	甲	乙	原料限额
A（吨）	3	2	12
B（吨）	1	2	8

【答案】D

【解析】设该企业每天生产甲、乙两种产品分别为x、y吨，则利润$z=3x+4y$

由题意可列$\begin{cases}3x+2y\le 12\\ x+2y\le 8\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$，其表示如图阴影部分区域：学科网



当直线$3x+4y-z=0$过点$A(2,3)$时，z取得最大值，所以$z_{\max}=3\times 2+4\times 3=18$，故选 D．

【考点定位】线性规划．

【名师点睛】本题主要考查的是线性规划，属于容易题．线性规划类问题的解题关键是先正确画出不等式组所表示的平面区域，然后确定目标函数的几何意义，通过数形结合确定目标函数何时取得最值．解题时要看清楚是求“最大值”还是求“最小值”，否则很容易出现错误；画不等式组所表示的平面区域时要通

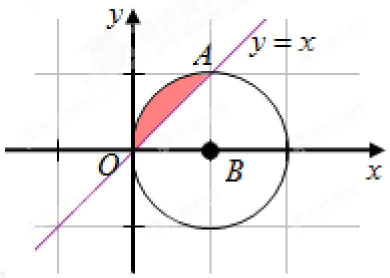
过特殊点验证，防止出现错误．

11. 设复数 $z=(x-1)+yi\ (x,y\in R)$，若 $|z|\le 1$，则 $y\ge x$ 的概率为（　　）

A．$\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}$　　B．$\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$　　C．$\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$　　D．$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}$

【答案】B

【解析】$z=(x-1)+yi\Rightarrow|z|=\sqrt{(x-1)^2+y^2}\le 1\Rightarrow(x-1)^2+y^2\le 1$



如图可求得 $A(1,1)$，$B(1,0)$，阴影面积等于 $\frac{1}{4}\pi\times 1^2-\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$

若 $|z|\le 1$，则 $y\ge x$ 的概率是 $\dfrac{\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}}{\pi\times 1^2}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$，故选 B．

【考点定位】1、复数的模；2、几何概型．

【名师点睛】本题主要考查的是复数的模和几何概型，属于中档题．解几何概型的试题，一般先求出实验的基本事件构成的区域长度（面积或体积），再求出事件 A 构成的区域长度（面积或体积），最后代入几何概型的概率公式即可．解本题需要掌握的知识点是复数的模和几何概型的概率公式，即若 $z=a+bi$（a、$b\in\mathrm{R}$），则 $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$，几何概型的概率公式

$$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{\text{构成事件A的区域长度(面积或体积)}}{\text{试验的全部结果所构成的区域长度(面积或体积)}}.$$

12. 对二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$（a 为非零常数），四位同学分别给出下列结论，其中有且仅有一个结论是错误的，则错误的结论是（　　）

A．-1 是 $f(x)$ 的零点　　B．1 是 $f(x)$ 的极值点

C．3 是 $f(x)$ 的极值　　D．点 $(2,8)$ 在曲线 $y=f(x)$ 上

【答案】A

【解析】若选项 A 错误时，选项 B、C、D 正确，$f'(x)=2ax+b$，因为1是$f(x)$的极值点，3是$f(x)$的极值，所以$\begin{cases}f'(1)=0\\f(1)=3\end{cases}$，即$\begin{cases}2a+b=0\\a+b+c=3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}b=-2a\\c=3+a\end{cases}$，因为点$(2,8)$在曲线$y=f(x)$上，所以$4a+2b+c=8$，即$4a+2\times(-2a)+a+3=8$，解得：$a=5$，所以$b=-10$，$c=8$，所以$f(x)=5x^2-10x+8$，因为$f(-1)=5\times(-1)^2-10\times(-1)+8=23\neq0$，所以$-1$不是$f(x)$的零点，所以选项 A 错误，选项 B、C、D 正确，故选 A．

【考点定位】1、函数的零点；2、利用导数研究函数的极值．

【名师点晴】本题主要考查的是函数的零点和利用导数研究函数的极值，属于难题．解题时一定要抓住重要字眼“有且仅有一个”和“错误”，否则很容易出现错误．解推断结论的试题时一定要万分小心，除了作理论方面的推导论证外，利用特殊值进行检验，也可作必要的合情推理．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．）

13. 中位数 1010 的一组数构成等差数列，其末项为 2015，则该数列的首项为________．

【答案】5

【解析】设数列的首项为a_1，则$a_1+2015=2\times1010=2020$，所以$a_1=5$，故该数列的首项为$5$，所以答案应填：$5$．

【考点定位】等差中项．

【名师点晴】本题主要考查的是等差中项，属于容易题．解题时一定要抓住重要字眼“中位数”和“等差数列”，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是等差中项的概念，即若a，A，b成等差数列，则 A 称为a与b的等差中项，即$2A=a+b$．

14. 若抛物线$y^2=2px(p>0)$的准线经过双曲线$x^2-y^2=1$的一个焦点，则$p=$_______．

【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的准线方程是$x=-\frac{p}{2}$，双曲线$x^2-y^2=1$的一个焦点$F_1(-\sqrt{2},0)$，因为抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的准线经过双曲线$x^2-y^2=1$的一个焦点，所以$-\frac{p}{2}=-\sqrt{2}$，解得$p=2\sqrt{2}$，所以答案应填：$2\sqrt{2}$．学科网

【考点定位】1、抛物线的简单几何性质；2、双曲线的简单几何性质．

【名师点晴】本题主要考查的是抛物线的简单几何性质和双曲线的简单几何性质，属于容易题．解题时要注意抛物线和双曲线的焦点落在哪个轴上，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是抛物线的准

线方程和双曲线的焦点坐标，即抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的准线方程是 $x=-\frac{p}{2}$，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左焦点 $F_1(-c,0)$，右焦点 $F_2(c,0)$，其中 $c^2=b^2+a^2$.

15. 设曲线 $y=e^x$ 在点（0, 1）处的切线与曲线 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 上点 P 处的切线垂直，则 P 的坐标为_______.

【答案】$(1,1)$

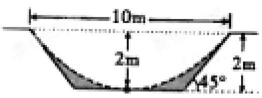
【解析】因为 $y=e^x$，所以 $y'=e^x$，所以曲线 $y=e^x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的斜率 $k_1=y'|_{x=0}=e^0=1$，设P的坐标为 (x_0,y_0)（$x_0>0$），则 $y_0=\frac{1}{x_0}$，因为 $y=\frac{1}{x}$，所以 $y'=-\frac{1}{x^2}$，所以曲线 $y=\frac{1}{x}$ 在点P处的切线的斜率 $k_2=y'|_{x=x_0}=-\frac{1}{x_0^2}$，因为 $k_1\cdot k_2=-1$，所以 $-\frac{1}{x_0^2}=-1$，即 $x_0^2=1$，解得 $x_0=\pm1$，因为 $x_0>0$，所以 $x_0=1$，所以 $y_0=1$，即P的坐标是 $(1,1)$，所以答案应填：$(1,1)$.

【考点定位】1、导数的几何意义；2、两条直线的位置关系.

【名师点睛】本题主要考查的是导数的几何意义和两条直线的位置关系，属于容易题．解题时一定要注意考虑直线的斜率是否存在，否则很容易出现错误．解导数的几何意义问题时一定要抓住切点的三重作用：①切点在曲线上；②切点在切线上；③切点处的导数值等于切线的斜率.

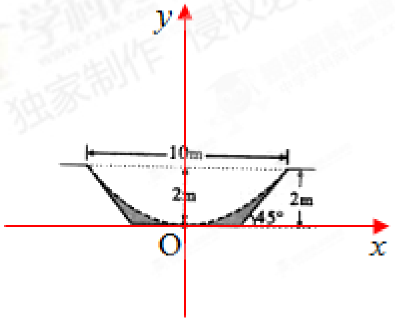
16. 如图，一横截面为等腰梯形的水渠，因泥沙沉积，导致水渠截面边界呈抛物线型（图中虚线表示），则

原始的最大流量与当前最大流量的比值为______.



【答案】1.2

【解析】建立空间直角坐标系，如图所示：



原始的最大流量是 $\frac{1}{2}\times(10+10-2\times2)\times2=16$，设抛物线的方程为 $x^2=2py$（$p>0$），因为该抛物线过点 $(5,2)$，所以 $2p\times2=5^2$，解得 $p=\frac{25}{4}$，所以 $x^2=\frac{25}{2}y$，即 $y=\frac{2}{25}x^2$，所以当前最大流量是 $\int_{-5}^{5}\left(2-\frac{2}{25}x^2\right)dx=\left(2x-\frac{2}{75}x^3\right)\Big|_{-5}^{5}=\left(2\times5-\frac{2}{75}\times5^3\right)-\left[2\times(-5)-\frac{2}{75}\times(-5)^3\right]=\frac{40}{3}$，故原始的最大流量与当前最大流量的比值是 $\frac{16}{\frac{40}{3}}=1.2$，所以答案应填：$1.2$.

【考点定位】1、定积分；2、抛物线的方程；3、定积分的几何意义．

【名师点睛】本题主要考查的是定积分、抛物线的方程和定积分的几何意义，属于难题．解题时一定要抓住重要字眼“原始”和“当前”，否则很容易出现错误．解本题需要掌握的知识点是定积分的几何意义，即由直线 $x=a$，$x=b$，$y=0$ 和曲线 $y=f(x)$ 所围成的曲边梯形的面积是 $\int_a^b f(x)dx$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.）

17.（本小题满分 12 分）ΔABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．向量 $\vec{m}=\left(a,\sqrt{3}b\right)$ 与 $\vec{n}=\left(\cos A,\sin B\right)$ 平行.

（I）求 A；

（II）若 $a=\sqrt{7}$，$b=2$ 求 ΔABC 的面积.

【答案】（I）$\frac{\pi}{3}$；（II）$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【解析】

试题分析：（I）先利用$\vec{m}//\vec{n}$可得$a\sin B-\sqrt{3}b\sin A=0$，再利用正弦定理可得$\tan A$的值，进而可得A的值；（II）由余弦定理可得$c$的值，进而利用三角形的面积公式可得$\Delta ABC$的面积．

试题解析：（I）因为$\vec{m}//\vec{n}$，所以$a\sin B-\sqrt{3}b\cos A=0$，

由正弦定理，得$\sin A\sin B-\sqrt{3}\sin B\cos A=0$

又$\sin B\neq 0$，从而$\tan A=\sqrt{3}$，

由于$0<A<\pi$，所以$A=\frac{\pi}{3}$

(II)解法一：由余弦定理，得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

而$a=\sqrt{7}$ $b=2,$ $A=\frac{\pi}{3}$

得$7=4+c^2-2c$，即$c^2-2c-3=0$

因为$c>0$，所以$c=3$．

故ΔABC的面积为$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

解法二：由正弦定理，得$\frac{\sqrt{7}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{2}{\sin B}$，

从而$\sin B=\frac{\sqrt{21}}{7}$，学科网

又由$a>b$，知$A>B$，所以$\cos B=\frac{2\sqrt{7}}{7}$．

故$\sin C=\sin(A+B)=\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=\sin B\cos\frac{\pi}{3}+\cos B\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{21}}{14}$

所以ΔABC的面积为$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

考点：1、平行向量的坐标运算；2、正弦定理；3、余弦定理；4、三角形的面积公式.

【名师点晴】本题主要考查的是平行向量的坐标运算、正弦定理、余弦定理和三角形的面积公式，属于中档题．解题时一定要注意角的范围，否则很容易失分．高考中经常将三角变换与解三角形知识综合起来命题，期中关键是三角变换，而三角变换中主要是“变角、变函数名和变运算形式”，其中的核心是“变角”，即注意角之间的结构差异，弥补这种结构差异的依据就是三角公式.

18.（本小题满分 12 分）如图1，在直角梯形 ABCD 中，$AD//BC$，$\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，$AB=BC=1$，$AD=2$，E 是 AD 的中点，O 是 AC 与 BE 的交点．将 ΔABE 沿 BE 折起到 ΔA_1BE 的位置，如图2．

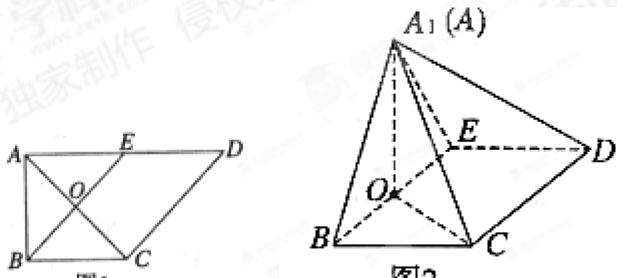


图1　图2

（I）证明：$CD\perp$平面 A_1OC；

（II）若平面 $A_1BE\perp$平面 BCDE，求平面 A_1BC 与平面 A_1CD 夹角的余弦值．

【答案】（I）证明见解析；（II）$\frac{\sqrt{6}}{3}$．

【解析】

试题分析：（I）先证 $BE\perp OA_1$，$BE\perp OC$，再可证 $BE\perp$平面 A_1OC，进而可证 $CD\perp$平面 A_1OC；（II）先建立空间直角坐标系，再算出平面 A_1BC 和平面 A_1CD 的法向量，进而可得平面 A_1BC 与平面 A_1CD 夹角的余弦值．

试题解析：（I）在图 1 中，

因为 $AB=BC=1$，$AD=2$，E 是 AD 的中点，$\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，所以 $BE\perp AC$

即在图 2 中，$BE\perp OA_1$，$BE\perp OC$

从而 $BE\perp$平面 A_1OC

又 $CD//BE$，所以 $CD\perp$平面 A_1OC．

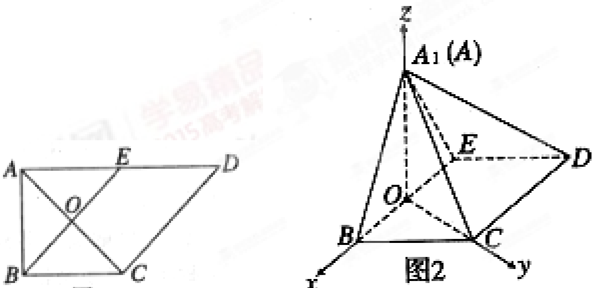


图1　图2

(II)由已知，平面 $A_1BE\perp$平面BCDE，又由（I）知，$BE\perp OA_1$，$BE\perp OC$

所以$\angle A_1OC$为二面角A_1-BE-C的平面角，所以$\angle A_1OC=\frac{\pi}{2}$.

如图，以O为原点，建立空间直角坐标系，

因为$A_1B=A_1E=BC=ED=1$，$BC//ED$

所以$B(\frac{\sqrt{2}}{2},0,0),E(-\frac{\sqrt{2}}{2},0,0),A_1(0,0,\frac{\sqrt{2}}{2}),C(0,\frac{\sqrt{2}}{2},0)$,

得$\overrightarrow{BC}(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0)$, $\overrightarrow{A_1C}(0,\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$，$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BE}=(-\sqrt{2},0,0)$.

设平面A_1BC的法向量$\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，平面$A_1CD$的法向量$\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，平面$A_1BC$与平面$A_1CD$夹角为$\theta$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{A_1C}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}-x_1+y_1=0\\ y_1-z_1=0\end{cases}$，取$\overrightarrow{n_1}=(1,1,1)$，

$\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{CD}=0\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{A_1C}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}x_2=0\\ y_2-z_2=0\end{cases}$，取$\overrightarrow{n_2}=(0,1,1)$，

从而$\cos\theta=|\cos\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\rangle|=\frac{2}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

即平面A_1BC与平面A_1CD夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

考点：1、线面垂直；2、二面角；3、空间直角坐标系；4、空间向量在立体几何中的应用.

【名师点晴】本题主要考查的是线面垂直、二面角、空间直角坐标系和空间向量在立体几何中的应用，属于中档题．解题时一定要注意二面角的平面角是锐角还是钝角，否则很容易出现错误．证明线面垂直的关键是证明线线垂直，证明线线垂直常用的方法是直角三角形、等腰三角形的“三线合一”和菱形、正方形的对角线.

19.（本小题满分12分）设某校新、老校区之间开车单程所需时间为T，T只与道路畅通状况有关，对其容量为100的样本进行统计，结果如下：

T（分钟）	25	30	35	40
频数（次）	20	30	40	10

（I）求T的分布列与数学期望ET；

（II）刘教授驾车从老校区出发，前往新校区做一个50分钟的讲座，结束后立即返回老校区，求刘教授从离开老校区到返回老校区共用时间不超过120分钟的概率.

【答案】（I）分布列见解析，32；（II）0.91．

【解析】

试题分析：（I）先算出T的频率分布，进而可得T的分布列，再利用数学期望公式可得数学期望ET；（II）先设事件A表示“刘教授从离开老校区到返回老校区共用时间不超过120分钟”，再算出A的概率．

试题解析：（I）由统计结果可得T的频率分步为学科网

T（分钟）	25	30	35	40
频率	0.2	0.3	0.4	0.1

以频率估计概率得T的分布列为

T	25	30	35	40
P	0.2	0.3	0.4	0.1

从而 $ET=25\times0.2+30\times0.3+35\times0.4+40\times0.1=32$（分钟）

（II）设T_1,T_2分别表示往、返所需时间，T_1,T_2的取值相互独立，且与T的分布列相同．设事件A表示“刘教授共用时间不超过120分钟”，由于讲座时间为50分钟，所以事件A对应于“刘教授在途中的时间不超过70分钟”．

解法一：$P(\mathrm{A})=\mathrm{P}(T_1+T_2\le70)=\mathrm{P}(T_1=25,T_2\le45)+\mathrm{P}(T_1=30,T_2\le40)$

$+\mathrm{P}(T_1=35,T_2\le35)+\mathrm{P}(T_1=40,T_2\le30)=1\times0.2+1\times0.3+0.9\times0.4+0.5\times0.1=0.91$.

解法二：$P(\overline{\mathrm{A}})=\mathrm{P}(T_1+T_2>70)=\mathrm{P}(T_1=35,T_2=40)+\mathrm{P}(T_1=40,T_2=35)+\mathrm{P}(T_1=40,T_2=40)$

$=0.4\times0.1+0.1\times0.4+0.1\times0.1=0.09$

故$P(\mathrm{A})=1-\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})=0.91$.

考点：1、离散型随机变量的分布列与数学期望；2、独立事件的概率.

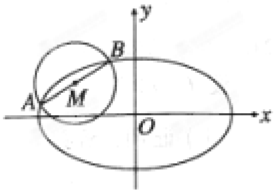
【名师点睛】本题主要考查的是离散型随机变量的分布列与数学期望和独立事件的概率，属于中档题．解题时一定要抓住重要字眼“不超过”，否则很容易出现错误．解离散型随机变量的分布列的试题时一定要万分小心，特别是列举随机变量取值的概率时，要注意按顺序列举，做到不重不漏，防止出现错误．

20．（本小题满分12分）已知椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的半焦距为$c$，原点O到经过两点$(c,0)$，

$(0,b)$的直线的距离为$\frac{1}{2}c$．

（I）求椭圆E的离心率；

（II）如图，AB是圆$M:(x+2)^2+(y-1)^2=\frac{5}{2}$的一条直径，若椭圆E经过A，B两点，求椭圆E的方程.



【答案】（I）$\frac{\sqrt{3}}{2}$；（II）$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$.

【解析】

试题分析：（I）先写过点$(c,0)$，$(0,b)$的直线方程，再计算原点O到该直线的距离，进而可得椭圆E的离心率；（II）先由（I）知椭圆E的方程，设AB的方程，联立$\begin{cases} y=k(x+2)+1 \\ x^2+4y^2=4b^2 \end{cases}$，消去$y$，可得$x_1+x_2$和$x_1x_2$的值，进而可得$k$，再利用$|AB|=\sqrt{10}$可得$b^2$的值，进而可得椭圆E的方程.

试题解析：（I）过点$(c,0)$，$(0,b)$的直线方程为$bx+cy-bc=0$，

则原点O到直线的距离$d=\frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}=\frac{bc}{a}$，

由$d=\frac{1}{2}c$，得$a=2b=2\sqrt{a^2-c^2}$，解得离心率$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(II)解法一：由（I）知，椭圆E的方程为$x^2+4y^2=4b^2$.　　(1)

依题意，圆心$M(-2,1)$是线段AB的中点，且$|AB|=\sqrt{10}$.

易知，AB不与x轴垂直，设其直线方程为$y=k(x+2)+1$，代入(1)得

$(1+4k^2)x^2+8k(2k+1)x+4(2k+1)^2-4b^2=0$

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=-\dfrac{8k(2k+1)}{1+4k^2}, x_1x_2=-\dfrac{4(2k+1)^2-4b^2}{1+4k^2}$.

由 $x_1+x_2=-4$，得 $-\dfrac{8k(2k+1)}{1+4k^2}=-4$, 解得 $k=\dfrac{1}{2}$.

从而 $x_1x_2=8-2b^2$.

于是 $|AB|=\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{10(b^2-2)}$.

由 $|AB|=\sqrt{10}$，得 $\sqrt{10(b^2-2)}=\sqrt{10}$，解得 $b^2=3$.

故椭圆E的方程为 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$.学科网

解法二：由（I）知，椭圆E的方程为 $x^2+4y^2=4b^2$.　　　　(2)

依题意，点A，B关于圆心 $M(-2,1)$ 对称，且 $|AB|=\sqrt{10}$.

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,则 $x_1^2+4y_1^2=4b^2$，$x_2^2+4y_2^2=4b^2$，

两式相减并结合 $x_1+x_2=-4, y_1+y_2=2$, 得 $-4(x_1-x_2)+8(y_1-y_2)=0$.

易知，AB不与 x 轴垂直，则 $x_1\neq x_2$，所以AB的斜率 $k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{1}{2}$.

因此AB直线方程为 $y=\dfrac{1}{2}(x+2)+1$，代入(2)得 $x^2+4x+8-2b^2=0$.

所以 $x_1+x_2=-4$，$x_1x_2=8-2b^2$.

于是 $|AB|=\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}|x_1-x_2|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{10(b^2-2)}$.

由 $|AB|=\sqrt{10}$，得 $\sqrt{10(b^2-2)}=\sqrt{10}$，解得 $b^2=3$.

故椭圆E的方程为 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

考点：1、直线方程；2、点到直线的距离公式；3、椭圆的简单几何性质；4、椭圆的方程；5、圆的方程；6、直线与圆的位置关系；7、直线与圆锥曲线的位置.

【名师点睛】本题主要考查的是直线方程、点到直线的距离公式、椭圆的简单几何性质、椭圆的方程、圆的方程、直线与圆的位置关系和直线与圆锥曲线的位置，属于难题．解题时一定要注意考虑直线的斜率是

否存在，否则很容易失分．解本题需要掌握的知识点是截距式方程，点到直线的距离公式和椭圆的离心率，

即截距式方程$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$（在$x$轴上的截距$a$，在$y$轴上的截距$b$），点$P_0(x_0,y_0)$到直线$l:Ax+By+C=0$

的距离$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率$e=\frac{c}{a}$．

21．（本小题满分 12 分）设$f_n(x)$是等比数列1，x，x^2，$\cdots$，x^n的各项和，其中$x>0$，$n\in N$，$n\geq 2$．

（I）证明：函数$F_n(x)=f_n(x)-2$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$内有且仅有一个零点（记为$x_n$），且$x_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x_n^{n+1}$；

（II）设有一个与上述等比数列的首项、末项、项数分别相同的等差数列，其各项和为$g_n(x)$，比较$f_n(x)$

与$g_n(x)$的大小，并加以证明．

【答案】(I）证明见解析；（II）当$x=1$时，$f_n(x)=g_n(x)$，当$x\neq 1$时，$f_n(x)<g_n(x)$，证明见解析．

【解析】

试题分析：(I)先利用零点定理可证$F_n(x)$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$内至少存在一个零点，再利用函数的单调性可证$F_n(x)$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$内有且仅有一个零点，进而利用$x_n$是$F_n(x)$的零点可证$x_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x_n^{n+1}$；（II）先设$h(x)=f_n(x)-g_n(x)$，再对$x$的取值范围进行讨论来判断$h(x)$与0的大小，进而可得$f_n(x)$和$g_n(x)$的大小．

试题解析：(I) $F_n(x)=f_n(x)-2=1+x+x^2+\cdots+x^n-2$，则$F_n(1)=n-1>0$,

$$F_n(\frac{1}{2})=1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n-2=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}-2=-\frac{1}{2^n}<0,$$

所以 $F_n(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 内至少存在一个零点 x_n.

又 $F_n'(x)=1+2x+\cdots+nx^{n-1}>0$，故在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 内单调递增，

所以 $F_n(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 内有且仅有一个零点 x_n.

因为 x_n 是 $F_n(x)$ 的零点，所以 $F_n(x_n)=0$，即 $\frac{1-x_n^{n+1}}{1-x_n}-2=0$，故 $x_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x_n^{n+1}$.

(II)解法一：由题设，$g_n(x)=\frac{(n+1)\left(1+x^n\right)}{2}$.

设 $h(x)=f_n(x)-g_n(x)=1+x+x^2+\cdots+x^n-\frac{(n+1)\left(1+x^n\right)}{2},x>0.$

当 $x=1$ 时，$f_n(x)=g_n(x)$

当 $x\neq 1$ 时，$h'(x)=1+2x+\cdots+nx^{n-1}-\frac{n(n+1)x^{n-1}}{2}$.

若 $0<x<1$，$h'(x)>x^{n-1}+2x^{n-1}+\cdots+nx^{n-1}-\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}=\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}-\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}=0.$

若 $x>1$，$h'(x)<x^{n-1}+2x^{n-1}+\cdots+nx^{n-1}-\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}=\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}-\frac{n(n+1)}{2}x^{n-1}=0.$

所以$h(x)$在$(0,1)$上递增，在$(1,+\infty)$上递减，

所以$h(x)<h(1)=0$，即$f_n(x)<g_n(x)$.

综上所述，当$x=1$时，$f_n(x)=g_n(x)$；当$x\neq 1$时$f_n(x)<g_n(x)$

解法二　由题设，$f_n(x)=1+x+x^2+\cdots+x^n, g_n(x)=\dfrac{(n+1)\left(1+x^n\right)}{2}, x>0.$

当$x=1$时，$f_n(x)=g_n(x)$学科网

当$x\neq 1$时，用数学归纳法可以证明$f_n(x)<g_n(x)$.

当$n=2$时，$f_2(x)-g_2(x)=-\dfrac{1}{2}(1-x)^2<0$,所以$f_2(x)<g_2(x)$成立.

假设$n=k(k\geq 2)$时，不等式成立，即$f_k(x)<g_k(x)$.

那么，当$n=k+1$时，

$$f_{k+1}(x)=f_k(x)+x^{k+1}<g_k(x)+x^{k+1}=\frac{(k+1)\left(1+x^k\right)}{2}+x^{k+1}=\frac{2x^{k+1}+(k+1)x^k+k+1}{2}.$$

又$g_{k+1}(x)-\dfrac{2x^{k+1}+(k+1)x^k+k+1}{2}=\dfrac{kx^{k+1}-(k+1)x^k+1}{2}$

令$h_k(x)=kx^{k+1}-(k+1)x^k+1(x>0)$，则$h_k'(x)=k(k+1)x^k-k(k+1)x^{k-1}=k(k+1)x^{k-1}(x-1)$

所以当$0<x<1$, $h_k'(x)<0$, $h_k(x)$在$(0,1)$上递减；

当$x>1$, $h_k'(x)>0$, $h_k(x)$在$(1,+\infty)$上递增.

所以$h_k(x)>h_k(1)=0$，从而$g_{k+1}(x)>\dfrac{2x^{k+1}+(k+1)x^k+k+1}{2}$

故$f_{k+1}(x)<g_{k+1}(x)$.即$n=k+1$，不等式也成立.

所以，对于一切$n\geq 2$的整数，都有$f_n(x)<g_n(x)$.

解法三:由已知，记等差数列为$\{a_k\}$,等比数列为$\{b_k\}$, $k=1,2,\cdots,n+1$.则$a_1=b_1=1$，$a_{n+1}=b_{n+1}=x^n$，

所以$a_k=1+(k-1)\cdot\dfrac{x^n-1}{n}(2\leq k\leq \mathrm{n})$, $b_k=x^{k-1}(2\leq k\leq n)$,

令$m_k(x)=a_k-b_k=1+\dfrac{(k-1)\left(x^n-1\right)}{n}-x^{k-1}, x>0(2\leq k\leq n)$.

当 $x=1$ 时，$a_k=b_k$，所以 $f_n(x)=g_n(x)$.

当 $x\neq 1$ 时，$m_k'(x)=\dfrac{k-1}{n}nx^{n-1}-(k-1)x^{k-2}=(k-1)x^{k-2}\left(x^{n-k+1}-1\right)$

而 $2\le k\le n$，所以 $k-1>0$，$n-k+1\ge 1$.

若 $0<x<1$，$x^{n-k+1}<1$，$m_k'(x)<0$，

当 $x>1$，$x^{n-k+1}>1$，$m_k'(x)>0$，

从而 $m_k(x)$ 在 $(0,1)$ 上递减，$m_k(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上递增. 所以 $m_k(x)>m_k(1)=0$，

所以当 $x>0$ 且 $x\neq 1$ 时，$a_k>b_k\,(2\le k\le n)$. 又 $a_1=b_1$，$a_{n+1}=b_{n+1}$，故 $f_n(x)<g_n(x)$

综上所述，当 $x=1$ 时，$f_n(x)=g_n(x)$；当 $x\neq 1$ 时 $f_n(x)<g_n(x)$.

考点：1、等比数列的前 n 项和公式；2、零点定理；3、等差数列的前 n 项和公式；4、利用导数研究函数的单调性.

【名师点睛】本题主要考查的是等比数列的前 n 项和公式、零点定理、等差数列的前 n 项和公式和利用导数研究函数的单调性，属于难题．解题时一定要抓住重要字眼“有且仅有一个”，否则很容易出现错误．证明函数仅有一个零点的步骤：①用零点存在性定理证明函数零点的存在性；②用函数的单调性证明函数零点的唯一性．有关函数的不等式，一般是先构造新函数，再求出新函数在定义域范围内的值域即可.

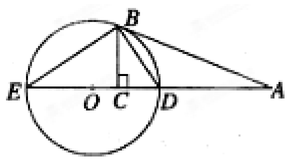
请在 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号后的方框涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，AB 切 ⊙O 于点 B，直线 AD 交 ⊙O 于 D，E 两点，BC ⊥ DE，垂足为 C.

（I）证明：$\angle CBD=\angle DBA$；

（II）若 $AD=3DC$，$BC=\sqrt{2}$，求 ⊙O 的直径.



【答案】（I）证明见解析；（II）3.

【解析】

试题分析：（I）先证 $\angle CBD=\angle BED$，再证 $\angle DBA=\angle BED$，进而可证 $\angle CBD=\angle DBA$；（II）先由（I）知 BD 平分 $\angle CBA$，进而可得 AD 的值，再利用切割线定理可得 AE 的值，进而可得 $\odot O$ 的直径.

试题解析：（I）因为 DE 为圆 O 的直径，则 $\angle BED+\angle EDB=90^{\circ}$，

又 $BC\perp DE$，所以 $\angle CBD+\angle EDB=90^{\circ}$，从而 $\angle CBD=\angle BED$.

又 AB 切圆 O 于点 B，得 $\angle DBA=\angle BED$，所以 $\angle CBD=\angle DBA$.

（II）由（I）知 BD 平分 $\angle CBA$，则 $\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{AD}{CD}=3$，又 $BC=\sqrt{2}$，从而 $AB=3\sqrt{2}$，

所以 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=4$，所以 $AD=3$. 学科网

由切割线定理得 $AB^2=AD\cdot AE$，即 $AE=\dfrac{AB^2}{AD}=6$，

故 $DE=AE-AD=3$，即圆 O 的直径为 3.

考点：1、直径所对的圆周角；2、弦切角定理；3、切割线定理.

【名师点睛】本题主要考查的是直径所对的圆周角、弦切角定理和切割线定理，属于容易题．解题时一定要注意灵活运用圆的性质，否则很容易出现错误．凡是题目中涉及长度的，通常会使用到相似三角形、全等三角形、正弦定理、余弦定理等基础知识.

23.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=3+\dfrac{1}{2}t \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数）．以原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，$\odot C$ 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$.

（I）写出 $\odot C$ 的直角坐标方程；

（II）P 为直线 l 上一动点，当 P 到圆心 C 的距离最小时，求 P 的直角坐标.

【答案】（I）$x^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=3$；（II）$(3,0)$.

【解析】

试题分析：(I)先将$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$两边同乘以ρ可得$\rho^2=2\sqrt{3}\rho\sin\theta$，再利用$\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\sin\theta$可得⊙C的直角坐标方程；(II)先设P的坐标，则$|PC|=\sqrt{t^2+12}$，再利用二次函数的性质可得$|PC|$的最小值，进而可得P的直角坐标．

试题解析：(I)由$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$，得$\rho^2=2\sqrt{3}\rho\sin\theta$，

从而有$x^2+y^2=2\sqrt{3}y$，所以$x^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=3$．

(II)设$P(3+\frac{1}{2}t,\frac{\sqrt{3}}{2}t)$，又$C(0,\sqrt{3})$，则$|PC|=\sqrt{\left(3+\frac{1}{2}t\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{t^2+12}$，

故当$t=0$时，$|PC|$取最小值，此时P点的直角坐标为$(3,0)$．

考点：1、极坐标方程化为直角坐标方程；2、参数的几何意义；3、二次函数的性质．

【名师点睛】本题主要考查的是极坐标方程化为直角坐标方程、参数的几何意义和二次函数的性质，属于容易题．解决此类问题的关键是极坐标方程或参数方程转化为平面直角坐标系方程，并把几何问题代数化．

24．（本小题满分10分）选修4-5：不等式选讲

已知关于x的不等式$|x+a|<b$的解集为$\{x|2<x<4\}$．

（I）求实数a，b的值；

（II）求$\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}$的最大值．

【答案】（I）$a=-3$，$b=1$；（II）4．

【解析】

试题分析：（I）先由$|x+a|<b$可得$-b-a<x<b-a$，再利用关于x的不等式$|x+a|<b$的解集为$\{x|2<x<4\}$可得a，b的值；（II）先将$\sqrt{-3t+12}+\sqrt{t}$变形为$\sqrt{3}\cdot\sqrt{4-t}+\sqrt{t}$，再利用柯西不等式可得$\sqrt{-3t+12}+\sqrt{t}$的最大值．

试题解析：（I）由$|x+a|<b$，得$-b-a<x<b-a$

则$\begin{cases}-b-a=2,\\ b-a=4,\end{cases}$解得$a=-3$，$b=1$

（II）$\sqrt{-3t+12}+\sqrt{t}=\sqrt{3}\sqrt{4-t}+\sqrt{t}\le\sqrt{\left[\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2\right]+\left[\left(\sqrt{4-t}\right)^2+\left(\sqrt{t}\right)^2\right]}$

$=2\sqrt{4-t+t}=4$

当且仅当 $\frac{\sqrt{4-t}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{t}}{1}$，即 $t=1$ 时等号成立，

故 $\left(\sqrt{-3t+12}+\sqrt{t}\right)_{\max}=4$．

考点：1、绝对值不等式；2、柯西不等式.

【名师点晴】本题主要考查的是绝对值不等式和柯西不等式，属于容易题．解题时一定要注意不等式与方程的区别，否则很容易出现错误．零点分段法解绝对值不等式的步骤：①求零点；②划区间，去绝对值号；③分别解去掉绝对值的不等式；④取每段结果的并集，注意在分段时不要遗漏区间的端点值．用柯西不等式证明或求最值要注意：①所给不等式的形式是否与柯西不等式的兴致一致，若不一致，需要将所给式子变形；②等号成立的条件.