

2016年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（文史类）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1. 设 i 为虚数单位，则复数 $(1+i)^2 =$

- (A) 0 (B) 2 (C) $2i$ (D) $2+2i$

2. 设集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, Z 为整数集，则集合 $A \cap Z$ 中元素的个数是

- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

3. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点坐标是

- (A) (0, 2) (B) (0, 1) (C) (2, 0) (D) (1, 0)

4. 为了得到函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象，只需把函数 $y = \sin x$ 的图象上所有的点

- (A) 向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 (B) 向右平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
(C) 向上平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度 (D) 向下平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

5. 设 p : 实数 x, y 满足 $x > 1$ 且 $y > 1$, q : 实数 x, y 满足 $x + y > 2$, 则 p 是 q 的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

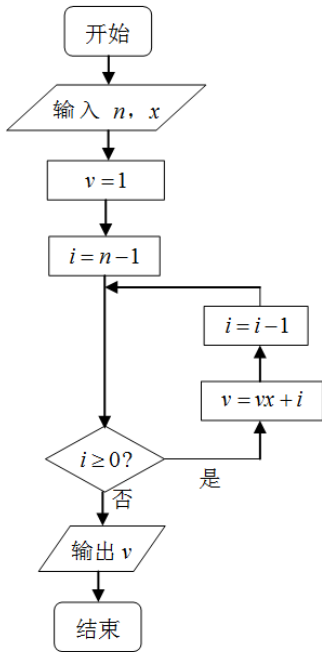
6. 已知 a 函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 的极小值点，则 $a =$

- (A) -4 (B) -2 (C) 4 (D) 2

7. 某公司为激励创新，计划逐年加大研发奖金投入. 若该公司 2015 年全年投入研发资金 13.0 万元，在此基础上，每年投入的研发资金比上一年增长 12%，则该公司全年投入的研发资金开始超过 200 万元的年份是 (参考数据: $\lg 1.12 = 0.05$, $\lg 1.3 = 0.11$, $\lg 2 = 0.30$)

- (A) 2018 年 (B) 2019 年 (C) 2020 年 (D) 2021 年

8. 秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州(现四川省安岳县)人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法. 如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求多项式值的一个实例，若输入 n, x 的值分别为 3, 2，则输出 v 的值为



- (A) 35 (B) 20 (C) 18 (D) 9

9. 已知正三角形 ABC 的边长为 $2\sqrt{3}$ ，平面 ABC 内的动点 P, M 满足 $|\vec{AP}| = 1$ ， $\vec{PM} = \vec{MC}$ ，则 $|\vec{BM}|^2$ 的最大值是

- (A) $\frac{43}{4}$ (B) $\frac{49}{4}$ (C) $\frac{37 + 6\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{37 + 2\sqrt{33}}{4}$

10. 设直线 l_1, l_2 分别是函数 $f(x) = \begin{cases} -\ln x, & 0 < x < 1, \\ \ln x, & x > 1, \end{cases}$ 图象上点 P_1, P_2 处的切线， l_1 与 l_2 垂直相交于点 P ，

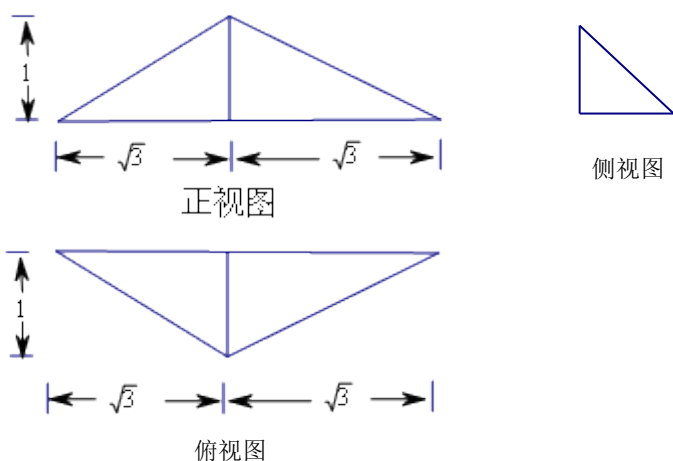
且 l_1, l_2 分别与 y 轴相交于点 A, B ，则 $\triangle PAB$ 的面积取值范围是

- (A) $(0, 1)$ (B) $(0, 2)$ (C) $(0, +\infty)$ (D) $(1, +\infty)$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. $\sin 750^\circ =$ _____.

12. 已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积_____.



13. 从 2、3、8、9 任取两个不同的数值，分别记为 a 、 b ，则 $\log_a b$ 为整数的概率= _____.

14. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的周期为 2 的奇函数，当 $0 < x < 1$ 时， $f(x) = 4^x$ ，则 $f(-\frac{5}{2}) + f(1) =$ _____.

15. 在平面直角坐标系中，当 $P(x, y)$ 不是原点时，定义 P 的“伴随点”为 $P'(\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{-x}{x^2 + y^2})$ ；当 P 是

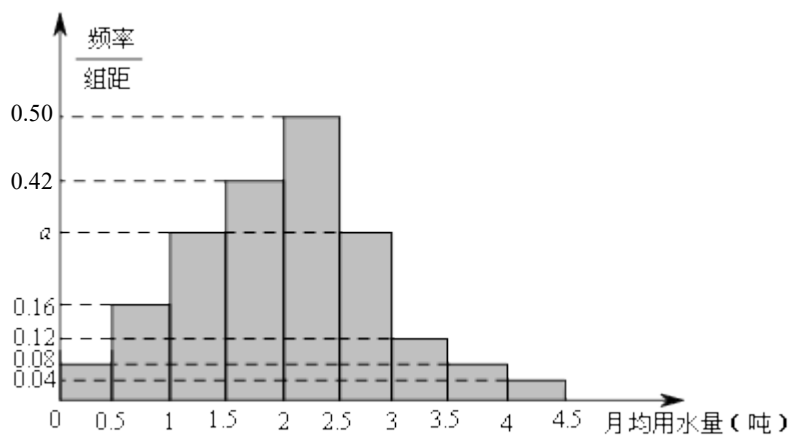
原点时，定义 P 的“伴随点”为它自身，现有下列命题：

- ①若点 A 的“伴随点”是点 A' ，则点 A' 的“伴随点”是点 A .
- ②单位圆上的“伴随点”还在单位圆上. 学. 科. 网
- ③若两点关于 x 轴对称，则他们的“伴随点”关于 y 轴对称
- ④若三点在同一条直线上，则他们的“伴随点”一定共线.

其中的真命题是 _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (12 分) 我国是世界上严重缺水的国家，某市为了制定合理的节水方案，对居民用水情况进行了调查，通过抽样，获得了某年 100 位居民每人的月均用水量（单位：吨），将数据按照 $[0, 0.5)$ ， $[0.5, 1)$ ，…… $[4, 4.5]$ 分成 9 组，制成了如图所示的频率分布直方图.



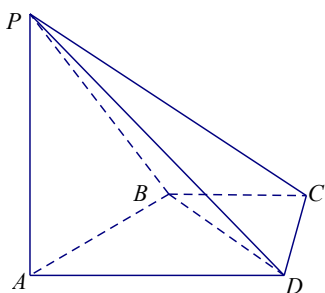
(I) 求直方图中的 a 值;

(II) 设该市有 30 万居民, 估计全市居民中月均用水量不低于 3 吨的人数. 说明理由;

(III) 估计居民月均用水量的中位数.

17、(12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp CD$, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = \angle PAB = 90^\circ$, $BC = CD = \frac{1}{2}AD$.



(I) 在平面 PAD 内找一点 M , 使得直线 $CM \parallel$ 平面 PAB , 并说明理由;

(II) 证明: 平面 $PAB \perp$ 平面 PBD .

18、(本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} = \frac{\sin C}{c}$.

(I) 证明: $\sin A \sin B = \sin C$;

(II) 若 $b^2 + c^2 - a^2 = \frac{6}{5}bc$, 求 $\tan B$.

19、(本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_{n+1} = qS_n + 1$, 其中 $q > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 若 $a_2, a_3, a_2 + a_3$ 成等差数列, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{a_n^2} = 1$ 的离心率为 e_n , 且 $e_2 = 2$, 求 $e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2$.

20、(本小题满分 13 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点与短轴的两个端点是正三角形的三个顶点, 点 $P(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 在

椭圆 E 上.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 设不过原点 O 且斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 与椭圆 E 交于不同的两点 A, B , 线段 AB 的中点为 M , 直线 OM 与椭圆 E 交于 C, D , 证明: $|MA| \cdot |MB| = |MC| \cdot |MD|$.

21、(本小题满分 14 分)

设函数 $f(x) = ax^2 - a - \ln x$, $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{e}{e^x}$, 其中 $q \in R$, $e = 2.718\dots$ 为自然对数的底数.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 证明: 当 $x > 1$ 时, $g(x) > 0$;

(III) 确定 a 的所有可能取值, 使得 $f(x) > g(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内恒成立.