

绝密★启用前

2008年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

得分	评卷人

一. 填空题(本大题满分44分) 本大题共有11题, 只要求直接填写结果, 每个空格填对得4分, 否则一律得零分.

1. 不等式 $|x-1| < 1$ 的解集是_____.
2. 若集合 $A = \{x | x \leq 2\}$ 、 $B = \{x | x \geq a\}$ 满足 $A \cap B = \{2\}$, 则实数 $a =$ _____.
3. 若复数 z 满足 $z = i(2-z)$ (i 是虚数单位), 则 $z =$ _____.
4. 若函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x) = \log_2 x$, 则 $f(x) =$ _____.
5. 若向量 \vec{a} 、 \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____.
6. 若直线 $ax - y + 1 = 0$ 经过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, 则实数 $a =$ _____.
7. 若 z 是实系数方程 $x^2 + 2x + p = 0$ 的一个虚根, 且 $|z| = 2$, 则 $p =$ _____.
8. 在平面直角坐标系中, 从五个点: $A(0,0)$ 、 $B(2,0)$ 、 $C(1,1)$ 、 $D(0,2)$ 、 $E(2,2)$ 中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是_____ (结果用分数表示).
9. 若函数 $f(x) = (x+a)(bx+2a)$ (常数 $a, b \in \mathbb{R}$) 是偶函数, 且它的值域为 $(-\infty, 4]$, 则该函数的解析式 $f(x) =$ _____.
10. 已知总体的各个体的值由小到大依次为 $2, 3, 3, 7, a, b, 12, 13.7, 18.3, 20$, 且总体的中位数为 10.5 . 若要使该总体的方差最小, 则 a, b 的取值分别是_____.

11. 在平面直角坐标系中, 点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(0, 1)$ 、 $(4, 2)$ 、 $(2, 6)$. 如果 $P(x, y)$ 是 $\triangle ABC$ 围成的区域 (含边界) 上的点, 那么当 $w = xy$ 取到最大值时, 点 P 的坐标是_____.

得分	评卷人

二. 选择题 (本大题满分16分) 本大题共有4题, 每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论, 其中有且只有一个结论是正确的, 必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内, 选对得4分, 不选、选错或者选出的代号超过一个 (不论是否都写在圆括号内), 一律得零分.

12. 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上的点. 若 F_1 、 F_2 是椭圆的两个焦点, 则 $|PF_1| + |PF_2|$ 等于

[答]()

- (A) 4. (B) 5. (C) 8. (D) 10.

13. 给定空间中的直线 l 及平面 α . 条件 “直线 l 与平面 α 内两条相交直线都垂直” 是 “直线 l 与平面 α 垂直” 的

[答]()

- (A) 充分非必要条件. (B) 必要非充分条件.
(C) 充要条件. (D) 既非充分又非必要条件.

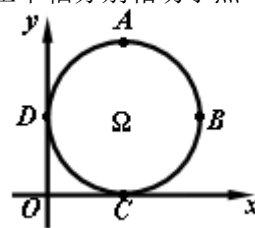
14. 若数列 $\{a_n\}$ 是首项为1, 公比为 $a - \frac{3}{2}$ 的无穷等比数列, 且 $\{a_n\}$ 各项的和为 a , 则 a 的值是

[答]()

- (A) 1. (B) 2. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{5}{4}$.

15. 如图, 在平面直角坐标系中, Ω 是一个与 x 轴的正半轴、 y 轴的正半轴分别相切于点

C 、 D 的定圆所围成的区域 (含边界), A 、 B 、 C 、 D 是该圆的四等分点. 若点 $P(x, y)$ 、点 $P'(x', y')$ 满足 $x \leq x'$ 且 $y \geq y'$, 则称 P 优于 P' . 如果 Ω 中的点 Q 满足: 不存在 Ω 中的其它点优



于 Q , 那么所有这样的点 Q 组成的集合是劣弧 [答]()

- (A) \widehat{AB} (B) \widehat{BC} (C) \widehat{CD} (D) \widehat{DA}

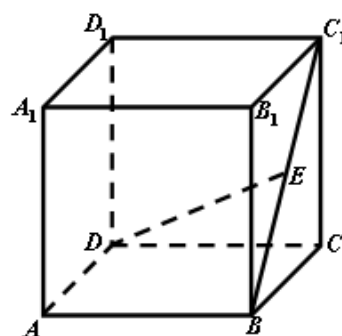
三. 解答题 (本大题满分90分) 本大题共有6题, 解答下列各题必须写出必要的步骤.

得分	评卷人

16. (本题满分12分)

如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是 BC_1 的中点. 求直线 DE 与平面 $ABCD$ 所成角的大小（结果用反三角函数值表示）.

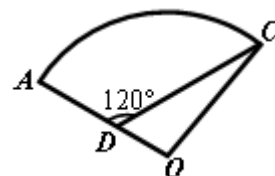
[解]



得分	评卷人

17. (本题满分13分)

如图，某住宅小区的平面图呈扇形 AOC . 小区的两个出入口设置在点 A 及点 C 处. 小区里有两条笔直的小路 AD 、 DC ，且拐弯处的转角为 120° . 已知某人从 C 沿 CD 走到 D 用了10分钟，从 D 沿 DA 走到 A 用了6分钟. 若此人步行的速度为每分钟50米，求该扇形的半径 OA 的长 (精确到1米).



[解]

得分	评卷人

18. (本题满分15分) 本题共有2个小题, 第1小题满分5分, 第2小题满分10分.

已知函数 $f(x) = \sin 2x$, $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$, 直线 $x = t$ ($t \in \mathbb{R}$) 与函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的图

像分别交于 M 、 N 两点.

- (1) 当 $t = \frac{\pi}{4}$ 时, 求 $|MN|$ 的值;
- (2) 求 $|MN|$ 在 $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时的最大值.

[解] (1)

(2)

得分	评卷人

19. (本题满分16分) 本题共有2个小题, 第1小题满分8分, 第2小题满分8分.

已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{1}{2^{|x|}}$.

(1) 若 $f(x) = 2$, 求 x 的值;

(2) 若 $2^t f(2t) + mf(t) \geq 0$ 对于 $t \in [1, 2]$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

[解] (1)

(2)

得分	评卷人

20. (本题满分16分) 本题共有3个小题, 第1小题满分3分, 第2小题满分6分, 第3小题满分7分.

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$.

(1) 求双曲线 C 的渐近线方程;

(2) 已知点 M 的坐标为 $(0, 1)$. 设 P 是双曲线 C 上的点, Q 是点 P 关于原点的对称点.

记 $\lambda = \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$. 求 λ 的取值范围;

(3) 已知点 D 、 E 、 M 的坐标分别为 $(-2, -1)$ 、 $(2, -1)$ 、 $(0, 1)$, P 为双曲线 C 上在第一象限内的点. 记 l 为经过原点与点 P 的直线, s 为 $\triangle DEM$ 截直线 l 所得线段的长. 试将 s 表示为直线 l 的斜率 k 的函数.

[解] (1)

(2)

(3)

得分	评卷人

21. (本题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分6分, 第3小题满分8分.

已知数列 $\{a_n\}$: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = r$, $a_{n+3} = a_n + 2$ (n 是正整数), 与数列 $\{b_n\}$: $b_1 = 1$, $b_2 = 0$, $b_3 = -1$, $b_4 = 0$, $b_{n+4} = b_n$ (n 是正整数). 记

$$T_n = b_1 a_1 + b_2 a_2 + b_3 a_3 + \cdots + b_n a_n.$$

(1) 若 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{12} = 64$, 求 r 的值;

(2) 求证: 当 n 是正整数时, $T_{12n} = -4n$;

(3) 已知 $r > 0$, 且存在正整数 m , 使得在 $T_{12m+1}, T_{12m+2}, \cdots, T_{12m+12}$ 中有4项为100. 求 r 的值, 并指出哪4项为100.

[解] (1)

[证明] (2)

[解] (3)

