

2010年辽宁高考理科数学真题

第I卷

一、选择墨：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，

- (1) 已知A, B均为集合 $U=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 的子集, 且 $A \cap B = \{3\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{9\}$, 则A=
(A) $\{1, 3\}$ (B) $\{3, 7, 9\}$ (C) $\{3, 5, 9\}$ (D) $\{3, 9\}$

- (2) 设a, b为实数, 若复数 $\frac{1+2i}{a+bi} = 1+i$, 则

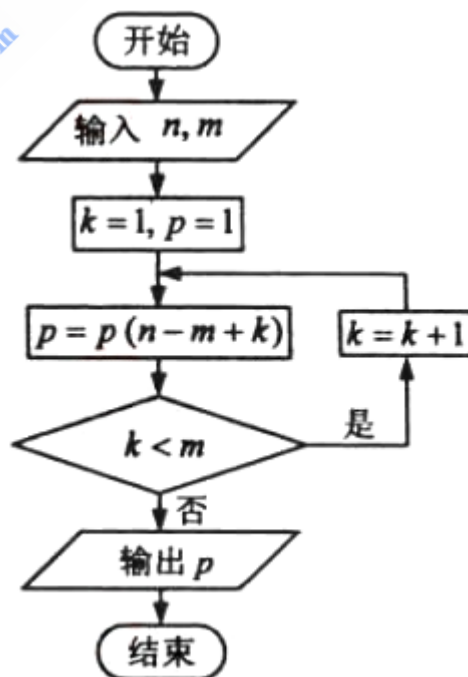
- (A) $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$ (B) $a = 3, b = 1$
(C) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$ (D) $a = 1, b = 3$

- (3) 两个实习生每人加工一个零件. 加工为一等品的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$, 两个零件是否加工为一等品相互独立, 则这两个零件中恰有一个一等品的概率为

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

- (4) 如果执行右面的程序框图, 输入正整数n, m, 满足 $n \geq m$, 那么输出的P等于

- (A) C_n^{m-1}
(B) A_n^{m-1}
(C) C_n^m
(D) A_n^m



- (5) 设 $\omega > 0$, 函数 $y = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) + 2$ 的图像向右平移 $\frac{4\pi}{3}$ 个单位后与原图像重合, 则 ω 的最小值是

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 3

- (6) 设 $\{a_n\}$ 是有正数组成的等比数列, S_n 为其前n项和. 已知 $a_2 a_4 = 1$, $S_3 = 7$, 则 $S_5 =$

- (A) $\frac{15}{2}$ (B) $\frac{31}{4}$ (C) $\frac{33}{4}$ (D) $\frac{17}{2}$

(7) 设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 为抛物线上一点, $PA \perp l$, A 为垂足. 如

果直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 那么 $|PF| =$

- (A) $4\sqrt{3}$ (B) 8 (C) $8\sqrt{3}$ (D) 16

(8) 平面上 O, A, B 三点不共线, 设 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b$, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于

- (A) $\sqrt{|a|^2|b|^2 - (a \cdot b)^2}$ (B) $\sqrt{|a|^2|b|^2 + (a \cdot b)^2}$
 (C) $\frac{1}{2}\sqrt{|a|^2|b|^2 - (a \cdot b)^2}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{|a|^2|b|^2 + (a \cdot b)^2}$

(9) 设双曲线的一个焦点为 F ; 虚轴的一个端点为 B , 如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直, 那么此双曲线的离心率为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

(10) 已知点 P 在曲线 $y = \frac{4}{e^x + 1}$ 上, a 为曲线在点 P 处的切线的倾斜角, 则 a 的取值范围是

- (A) $[0, \frac{\pi}{4})$ (B) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ (C) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ (D) $[\frac{3\pi}{4}, \pi)$

(11) 已知 $a > 0$, 则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax = 6$ 的充要条件是

- (A) $\exists x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$ (B) $\exists x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
 (C) $\forall x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$ (D) $\forall x \in R, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$

(12)

有四根长都为 2 的直铁条, 若再选两根长都为 a 的直铁条, 使这六根铁条端点处相连能够焊接成一个三棱锥形的铁架, 则 a 的取值范围是

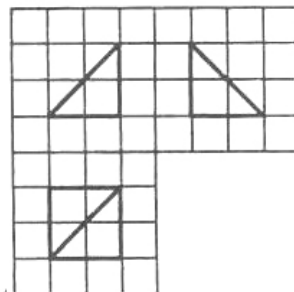
- (A) $(0, \sqrt{6} + \sqrt{2})$ (B) $(1, 2\sqrt{2})$
 (C) $(\sqrt{6} - \sqrt{2}, \sqrt{6} + \sqrt{2})$ (D) $(0, 2\sqrt{2})$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分。

(13) $(1+x+x^2)(x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为_____.

(14) 已知 $-1 < x+y < 4$ 且 $2 < x-y < 3$, 则 $z = 2x-3y$ 的取值范围是_____ (答案用区间表示)

(15) 如图, 网格纸的小正方形的边长是 1, 在其上用粗线画出了某多面体的三视图, 则这个多面体最长的一条棱的长为_____.



(16) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 33, a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为_____.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边，且

$$2a \sin A = (2a + c) \sin B + (2c + b) \sin C.$$

- (I) 求 A 的大小；
- (II) 求 $\sin B + \sin C$ 的最大值.

(18) (本小题满分12分)

为了比较注射A,

B两种药物后产生的皮肤疱疹的面积，选200只家兔做试验，将这200只家兔随机地分成两组，每组100只，其中一组注射药物A，另一组注射药物B。

- (I) 甲、乙是200只家兔中的2只，求甲、乙分在不同组的概率；
- (II) 下表1和表2分别是注射药物A和B后的试验结果。（疱疹面积单位： mm^2 ）

表1：注射药物A后皮肤疱疹面积的频数分布表

| 疱疹面积 | [60,65) | [65,70) | [70,75) | [75,80) |
|------|---------|---------|---------|---------|
| 频数 | 30 | 40 | 20 | 10 |

表 2：注射药物 B 后皮肤疱疹面积的频数分布表

| 疱疹面积 | [60,65) | [65,70) | [70,75) | [75,80) | [80,85) |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 频数 | 10 | 25 | 20 | 30 | 15 |

- (i) 完成下面频率分布直方图，并比较注射两种药物后疱疹面积的中位数大小；

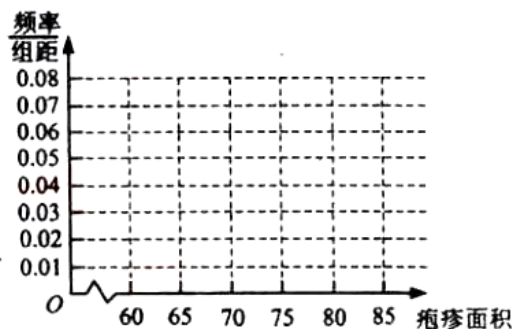
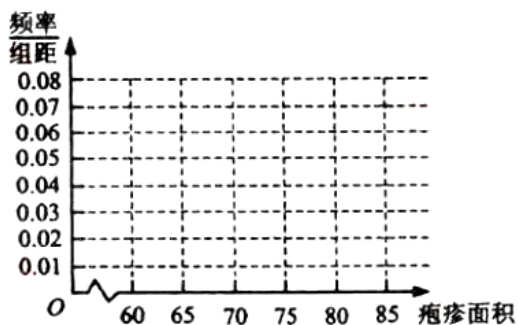


图 I 注射药物A后皮肤疱疹面积的频率分布直方图 图 II 注射药物B后皮肤疱疹面积的频率分布直方图

(ii) 完成下面 2×2 列联表，并回答能否有99.9%的把握认为“注射药物A后的疱疹面积与注射药物B后的疱疹面积有差异”。

表3:

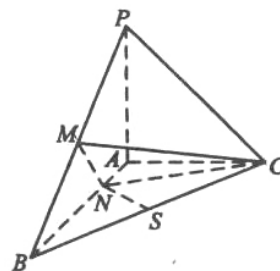
| | 疱疹面积小于 70mm^2 | 疱疹面积不小于 70mm^2 | 合计 |
|--------|------------------------|-------------------------|-------|
| 注射药物 A | $a =$ | $b =$ | |
| 注射药物 B | $c =$ | $d =$ | |
| 合计 | | | $n =$ |

附:
$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

(19) (本小题满分12分)

已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp ABC$, $AB \perp AC$, $PA=AC=\frac{1}{2}AB$, N 为 AB 上一点, $AB=4AN$, M, S 分别为 PB, BC 的中点.

- (I) 证明: $CM \perp SN$;
- (II) 求 SN 与平面 CMN 所成角的大小.



(20) (本小题满分12分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 过点 F 的直线与椭圆 C 相交于 A, B 两点

, 直线 l 的倾斜角为 60° , $\overline{AF} = 2\overline{FB}$.

- (I) 求椭圆C的离心率;
- (II) 如果 $|AB| = \frac{15}{4}$, 求椭圆C的方程.

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = (a+1)\ln x + ax^2 + 1$

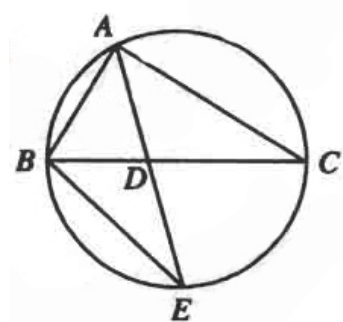
- (I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (II) 设 $a < -1$. 如果对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, $|f(x_1) - f(x_2)| \geq 4|x_1 - x_2|$, 求 a 的取值范围.

请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题做答, 如果多做, 则按所作的最后一题记分. 作答时用2B铅笔在答题卡上吧所选题目对应题号下方的方框涂黑.

(22) (本小题满分10分) 选修4-1: 几何证明选讲

如图, $\triangle ABC$ 的角平分线AD的延长线交它的外接圆于点E

- (I) 证明: $\triangle ABE \sim \triangle ADC$
- (II) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} AD \cdot AE$, 求 $\angle BAC$ 的大小.



(23) (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

已知P为半圆C: $\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数, $0 \leq \theta \leq \pi$) 上的点, 点A的坐标为 $(1, 0)$,

O为坐标原点, 点M在射线OP上, 线段OM与C的弧 \widehat{AP} 的长度均为 $\frac{\pi}{3}$.

- (I) 以O为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 求点M的极坐标;
- (II) 求直线AM的参数方程.

(24) (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知 a, b, c 均为正数, 证明: $a^2 + b^2 + c^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \geq 6\sqrt{3}$, 并确定 a, b, c 为何值时, 等号成立.

