

2015年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

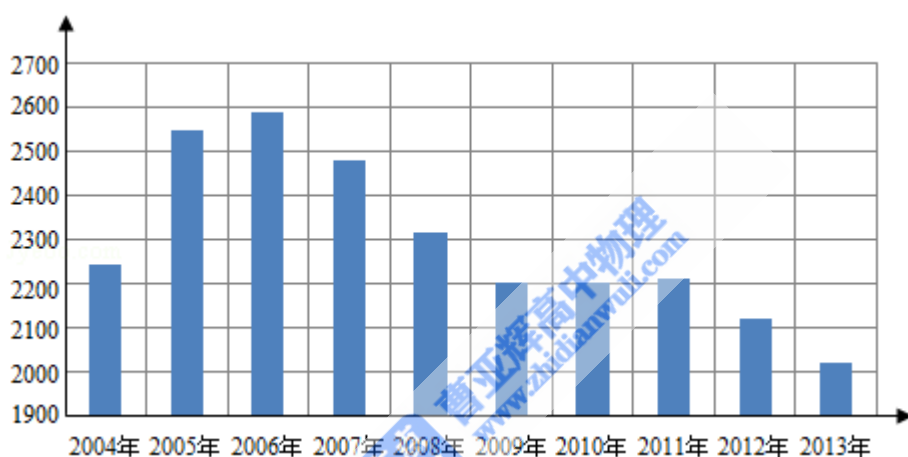
1. （5分）已知集合 $A=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B=\{x \mid (x-1)(x+2) < 0\}$, 则 $A \cap B =$ （ ）

- A. $\{-1, 0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. （5分）若 a 为实数，且 $(2+ai)(a-2i) = -4i$, 则 $a =$ （ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. （5分）根据如图给出的2004年至2013年我国二氧化硫年排放量（单位：万吨）柱形图，以下结论中不正确的是（ ）



- A. 逐年比较，2008年减少二氧化硫排放量的效果最显著
B. 2007年我国治理二氧化硫排放显现成效
C. 2006年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势
D. 2006年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

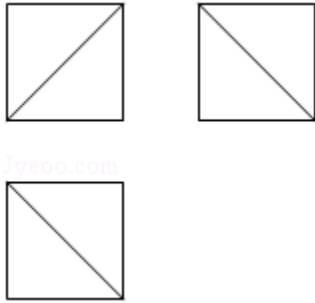
4. （5分）已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, $a_1+a_3+a_5=21$, 则 $a_3+a_5+a_7=$ （ ）

- A. 21 B. 42 C. 63 D. 84

5. （5分）设函数 $f(x) = \begin{cases} 1+\log_2(2-x), & x < 1 \\ 2^{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(-2) + f(\log_2 12) =$ （ ）

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

6. （5分）一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（ ）

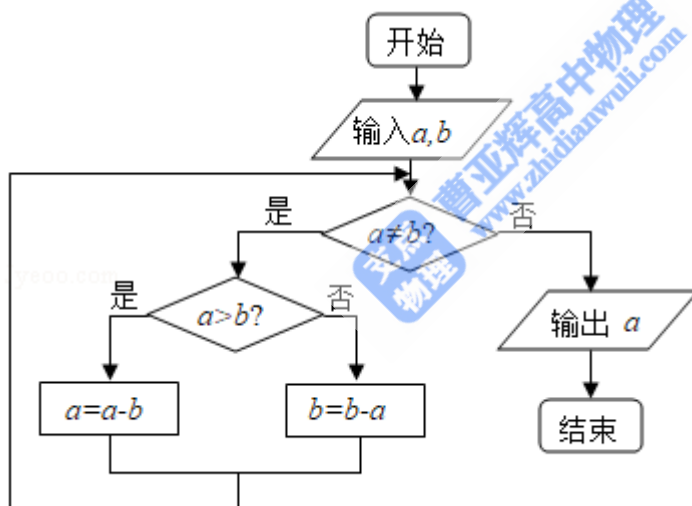


- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{5}$

7. (5分) 过三点A (1, 3), B (4, 2), C (1, -7) 的圆交y轴于M, N两点, 则|MN|= ()

- A. $2\sqrt{6}$ B. 8 C. $4\sqrt{6}$ D. 10

8. (5分) 程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”, 执行该程序框图, 若输入的a, b分别为14, 18, 则输出的a= ()

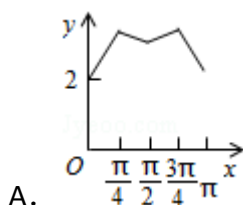
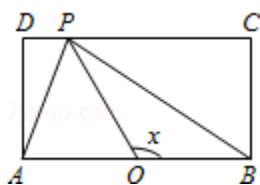


- A. 0 B. 2 C. 4 D. 14

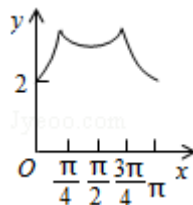
9. (5分) 已知A, B是球O的球面上两点, $\angle AOB=90^\circ$, C为该球面上的动点, 若三棱锥O - ABC体积的最大值为36, 则球O的表面积为 ()

- A. 36π B. 64π C. 144π D. 256π

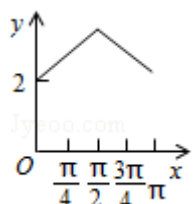
10. (5分) 如图, 长方形ABCD的边AB=2, BC=1, O是AB的中点, 点P沿着边BC, CD与DA运动, 记 $\angle BOP=x$. 将动点P到A, B两点距离之和表示为x的函数f(x), 则 $y=f(x)$ 的图象大致为 ()



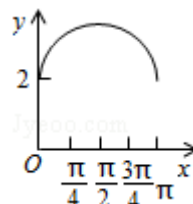
A.



B.



C.



D.

11. (5分) 已知A, B为双曲线E的左, 右顶点, 点M在E上, $\triangle ABM$ 为等腰三角形, 顶角为 120° , 则E的离心率为 ()

A. $\sqrt{5}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

12. (5分) 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 的导函数, $f(-1) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) - f(x) < 0$, 则使得 $f(x) > 0$ 成立的x的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$

D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 设向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 不平行, 向量 $\lambda\vec{a} + \vec{b}$ 与 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 平行, 则实数 $\lambda =$ _____.

14. (5分) 若x, y满足约束条件
$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
, 则 $z = x + y$ 的最大值为_____.

15. (5分) $(a+x)(1+x)^4$ 的展开式中x的奇数次幂项的系数之和为32, 则 $a =$ _____.

16. (5分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 且 $a_1 = -1$, $a_{n+1} = S_{n+1}S_n$, 则 $S_n =$ _____.

三、解答题（共5小题，满分60分）

17. （12分） $\triangle ABC$ 中，D是BC上的点，AD平分 $\angle BAC$ ， $\triangle ABD$ 面积是 $\triangle ADC$ 面积的2倍.

- (1) 求 $\frac{\sin B}{\sin C}$;
- (2) 若 $AD=1$ ， $DC=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，求BD和AC的长.

18. （12分）某公司为了了解用户对其产品的满意度，从A，B两地区分别随机调查了20个用户，得到用户对产品的满意度评分如下：

A地区：62 73 81 92 95 85 74 64 53 76

78 86 95 66 97 78 88 82 76 89

B地区：73 83 62 51 91 46 53 73 64 82

93 48 65 81 74 56 54 76 65 79

- (1) 根据两组数据完成两地区用户满意度评分的茎叶图，并通过茎叶图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度（不要求计算出具体值，给出结论即可）；
- (2) 根据用户满意度评分，将用户的满意度从低到高分三个等级：

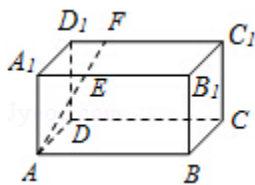
满意度评分	低于70分	70分到89分	不低于90分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

记事件C：“A地区用户的满意度等级高于B地区用户的满意度等级”，假设两地区用户的评价结果相互独立，根据所给数据，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率，求C的概率.

A地区		B地区
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

19. (12分) 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=16$, $BC=10$, $AA_1=8$, 点 E , F 分别在 A_1B_1 , D_1C_1 上, $A_1E=D_1F=4$, 过点 E , F 的平面 α 与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形.

- (1) 在图中画出这个正方形 (不必说明画法和理由);
- (2) 求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值.



20. (12分) 已知椭圆 $C: 9x^2+y^2=m^2$ ($m>0$), 直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴, l 与 C 有两个交点 A , B , 线段 AB 的中点为 M .

- (1) 证明: 直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值;
- (2) 若 l 过点 $(\frac{m}{3}, m)$, 延长线段 OM 与 C 交于点 P , 四边形 $OAPB$ 能否为平行四边形? 若能, 求此时 l 的斜率; 若不能, 说明理由.

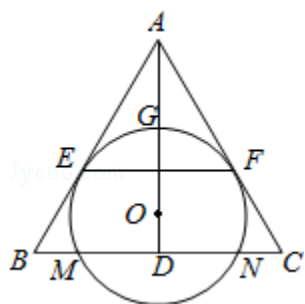
21. (12分) 设函数 $f(x) = e^{mx} + x^2 - mx$.

- (1) 证明: $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 单调递增;

- (2) 若对于任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq e - 1$, 求 m 的取值范围.

四、选做题.选修4-1: 几何证明选讲

22. (10分) 如图, O 为等腰三角形 ABC 内一点, $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的底边 BC 交于 M, N 两点, 与底边上的高 AD 交于点 G , 且与 AB, AC 分别相切于 E, F 两点.
- (1) 证明: $EF \parallel BC$;
- (2) 若 AG 等于 $\odot O$ 的半径, 且 $AE = MN = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $EBCF$ 的面积.



选修4-4: 坐标系与参数方程

23. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $t \neq 0$), 其中 $0 \leq \alpha \leq \pi$, 在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 $C_2: \rho = 2 \sin \theta$, $C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$.
- (1) 求 C_2 与 C_3 交点的直角坐标;
- (2) 若 C_1 与 C_2 相交于点 A , C_1 与 C_3 相交于点 B , 求 $|AB|$ 的最大值.

选修4-5：不等式选讲

24. 设 a, b, c, d 均为正数，且 $a+b=c+d$ ，证明：

(1) 若 $ab > cd$ ，则 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ ；

(2) $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ 是 $|a - b| < |c - d|$ 的充要条件.