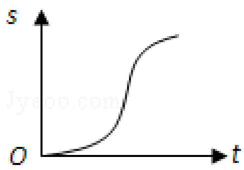
2008年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷Ⅰ）

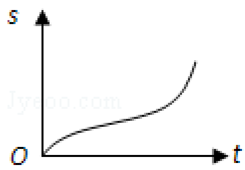
一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

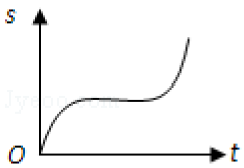
1．（5分）函数$y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$的定义域为（　　）

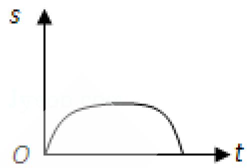
A．{x|x≥0}　　B．{x|x≥1}　　C．{x|x≥1}∪{0}　　D．{x|0≤x≤1}

2．（5分）汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车，若把这一过程中汽车的行驶路程s看作时间t的函数，其图象可能是（　　）

A．

B．

C．

D．

3．（5分）在△ABC中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{c}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{b}$．若点D满足$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{AD}=$（　　）

A．$\frac{2}{3}\overrightarrow{b}+\frac{1}{3}\overrightarrow{c}$　　B．$\frac{5}{3}\overrightarrow{c}-\frac{2}{3}\overrightarrow{b}$　　C．$\frac{2}{3}\overrightarrow{b}-\frac{1}{3}\overrightarrow{c}$　　D．$\frac{1}{3}\overrightarrow{b}+\frac{2}{3}\overrightarrow{c}$

4．（5分）设a∈R，且$(a+i)^2i$为正实数，则a=（　　）

A．2　　B．1　　C．0　　D．﹣1

5．（5分）已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_2+a_4=4$，$a_3+a_5=10$，则它的前10项的和$S_{10}=$（　　）

A．138　　B．135　　C．95　　D．23

6．（5分）若函数y=f（x）的图象与函数$y=\ln\sqrt{x}+1$的图象关于直线y=x对称，则f（x）=（　　）

A．e^{2x-2}　　B．e^{2x}　　C．e^{2x+1}　　D．e^{2x+2}

7．（5分）已知曲线$y=\frac{x+1}{x-1}$在点（3，2）处的切线与直线ax+y+1=0垂直，则a的值为（　　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．﹣2

8．（5分）为得到函数$y=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$的图象，只需将函数y=sin2x的图象（　　）

A．向左平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位　　B．向右平移$\frac{5\pi}{12}$个长度单位

C．向左平移$\frac{5\pi}{6}$个长度单位　　D．向右平移$\frac{5\pi}{6}$个长度单位

9．（5分）设奇函数f（x）在（0，+∞）上为增函数，且f（1）=0，则不等式$\frac{f(x)-f(-x)}{x}$<0的解集为（　　）

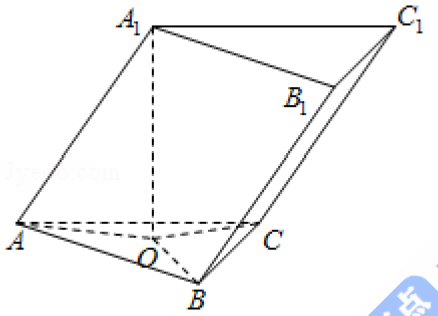
A．（﹣1，0）∪（1，+∞）　　B．（﹣∞，﹣1）∪（0，1）

C．（﹣∞，﹣1）∪（1，+∞）　　D．（﹣1，0）∪（0，1）

10．（5分）若直线$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$与圆$x^2+y^2=1$有公共点，则（　　）

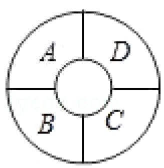
A．$a^2+b^2\le 1$　　B．$a^2+b^2\ge 1$　　C．$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\leqslant 1$　　D．$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geqslant 1$

11．（5分）已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱与底面边长都相等，A_1在底面ABC内的射影为△ABC的中心，则AB_1与底面ABC所成角的正弦值等于（　　）



A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

12．（5分）如图，一环形花坛分成A，B，C，D四块，现有4种不同的花供选种，要求在每块里种1种花，且相邻的2块种不同的花，则不同的种法总数为（　　）



A．96　　B．84　　C．60　　D．48

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geqslant 0\\ x-y+3\geqslant 0\\ 0\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$，则z=2x﹣y的最大值为______．

14．（5分）已知抛物线$y=ax^2-1$的焦点是坐标原点，则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为______．

15．（5分）在△ABC中，AB=BC，$\cos B=-\frac{7}{18}$．若以A，B为焦点的椭圆经过点C，则该椭圆的离心率e=______．

16．（5分）等边三角形ABC与正方形ABDE有一公共边AB，二面角C﹣AB﹣D的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，M，N分别是AC，BC的中点，则EM，AN所成角的余弦值等于_．

三、解答题（共6小题，满分70分）

17．（10分）设△ABC的内角A，B，C所对的边长分别为a，b，c，且$a\cos B-b\cos A=\frac{3}{5}c$．

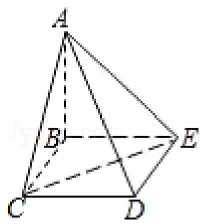
（Ⅰ）求$\frac{\tan A}{\tan B}$的值；

（Ⅱ）求tan（A﹣B）的最大值．

18．（12分）四棱锥A﹣BCDE中，底面BCDE为矩形，侧面ABC⊥底面BCDE，BC=2，$CD=\sqrt{2}$，AB=AC．

（Ⅰ）证明：AD⊥CE；

（Ⅱ）设CE与平面ABE所成的角为45°，求二面角C﹣AD﹣E的大小．



19．（12分）已知函数$f(x)=-x^2+ax+1-\ln x$．

（Ⅰ）当$a=3$时，求函数$f(x)$的单调递增区间；

（Ⅱ）若$f(x)$在区间$(0,\frac{1}{2})$上是减函数，求实数a的取值范围．

20．（12分）已知5只动物中有1只患有某种疾病，需要通过化验血液来确定患病的动物．血液化验结果呈阳性的即为患病动物，呈阴性即没患病．下面是两种化验方法：

方案甲：逐个化验，直到能确定患病动物为止．

方案乙：先任取3只，将它们的血液混在一起化验．若结果呈阳性则表明患病动物为这3只中的1只，然后再逐个化验，直到能确定患病动物为止；若结果呈阴性则在另外2只中任取1只化验．

（Ⅰ）求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率；

（Ⅱ）ξ表示依方案乙所需化验次数，求ξ的期望．

21．（12分）双曲线的中心为原点O，焦点在x轴上，两条渐近线分别为l_1，l_2，经过右焦点F垂直于l_1的直线分别交l_1，l_2于A，B两点．已知$|\overrightarrow{OA}|$、$|\overrightarrow{AB}|$、$|\overrightarrow{OB}|$成等差数列，且$\overrightarrow{BF}$与$\overrightarrow{FA}$同向．

（Ⅰ）求双曲线的离心率；

（Ⅱ）设AB被双曲线所截得的线段的长为4，求双曲线的方程．

22．（12分）设函数f（x）=x﹣xlnx．数列$\{a_n\}$满足$0<a_1<1$，$a_{n+1}=f(a_n)$．

（Ⅰ）证明：函数f（x）在区间（0，1）是增函数；

（Ⅱ）证明：$a_n<a_{n+1}<1$；

（Ⅲ）设$b\in(a_1,1)$，整数$k\geqslant\frac{a_1-b}{a_1\ln b}$．证明：$a_{k+1}>b$．