

10. 曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点 $(\pi, -1)$ 处的切线方程为

A. $x-y-\pi-1=0$

B. $2x-y-2\pi-1=0$

C. $2x+y-2\pi+1=0$

D. $x+y-\pi+1=0$

11. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $2\sin 2\alpha = \cos 2\alpha + 1$, 则 $\sin \alpha =$

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

12. 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 P, Q 两点. 若 $|PQ| = |OF|$, 则 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $\sqrt{5}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 若变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} 2x+3y-6 \geq 0, \\ x+y-3 \leq 0, \\ y-2 \leq 0, \end{cases}$$
 则 $z=3x-y$ 的最大值是_____.

14. 我国高铁发展迅速, 技术先进. 经统计, 在经停某站的高铁列车中, 有10个车次的正点率为0.97, 有20个车次的正点率为0.98, 有10个车次的正点率为0.99, 则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为_____.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b\sin A + a\cos B = 0$, 则 $B =$ _____.

16. 中国有悠久的金石文化, 印信是金石文化的代表之一. 印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体, 但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”(图1). 半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体. 半正多面体体现了数学的对称美. 图2是一个棱数为48的半正多面体, 它的所有顶点都在同一个正方体的表面上, 且此正

方体的棱长为1. 则该半正多面体共有_____个面, 其棱长为_____. (本题第一空2分, 第二空3分.)



图 1

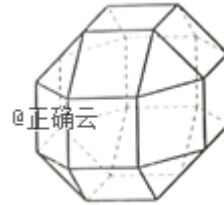


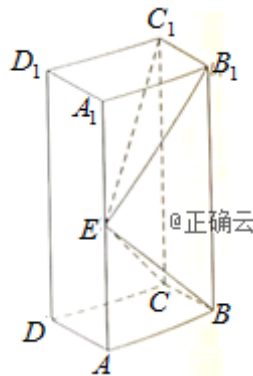
图 2

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共60分。

17. (12分)

如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在棱 AA_1 上, $BE \perp EC_1$.



(1) 证明: $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ;

(2) 若 $AE = A_1E$, $AB = 3$, 求四棱锥 $E - BB_1C_1C$ 的体积.

18. (12分)

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, $a_1 = 2, a_3 = 2a_2 + 16$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19. (12分)

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况, 随机调查了100个企业, 得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率 y 的频数分布表.

| y 的分组 | $[-0.20,0)$ | $[0,0.20)$ | $[0.20,0.40)$ | $[0.40,0.60)$ | $[0.60,0.80)$ |
|---------|-------------|------------|---------------|---------------|---------------|
| 企业数 | 2 | 24 | 53 | 14 | 7 |

(1) 分别估计这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例、产值负增长的企业比例;

(2) 求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表). (精确到0.01)

附: $\sqrt{74} \approx 8.602$.

20. (12分)

已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点, P 为 C 上一点, O 为坐标原点.

(1) 若 $\triangle POF_2$ 为等边三角形, 求 C 的离心率;

(2) 如果存在点 P , 使得 $PF_1 \perp PF_2$, 且 $\triangle F_1PF_2$ 的面积等于16, 求 b 的值和 a 的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (x-1)\ln x - x - 1$. 证明:

(1) $f(x)$ 存在唯一的极值点;

(2) $f(x)=0$ 有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数.

(二) 选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4：坐标系与参数方程] (10分)

在极坐标系中， O 为极点，点 $M(\rho_0, \theta_0)$ ($\rho_0 > 0$) 在曲线 $C: \rho = 4\sin\theta$ 上，直线 l 过点 $A(4, 0)$ 且与 OM 垂直，垂足为 P .

(1) 当 $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ 时，求 ρ_0 及 l 的极坐标方程；

(2) 当 M 在 C 上运动且 P 在线段 OM 上时，求 P 点轨迹的极坐标方程.

23. [选修4-5：不等式选讲] (10分)

已知 $f(x) = |x-a|x + |x-2|(x-a)$.

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) < 0$ 的解集；

(2) 若 $x \in (-\infty, 1)$ 时， $f(x) < 0$ ，求 a 的取值范围.