

2016年上海市春季高考（学业水平考试）数学试卷

2016.1

一. 填空题（本大题共12题，每题3分，共36分）

1. 复数 $3+4i$ (i 为虚数单位) 的实部是_____;

2. 若 $\log_2(x+1)=3$, 则 $x=$ _____;

3. 直线 $y=x-1$ 与直线 $y=2$ 的夹角为_____;

4. 函数 $f(x)=\sqrt{x-2}$ 的定义域为_____;

5. 三阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ 中, 元素5的代数余子式的值为_____;

6. 函数 $f(x)=\frac{1}{x}+a$ 的反函数的图像经过点 $(2,1)$, 则实数 $a=$ _____;

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $A=30^\circ$, $B=45^\circ$, $BC=\sqrt{6}$, 则 $AC=$ _____;

8. 4个人排成一排照相, 不同排列方式的种数为_____; (结果用数值表示)

9. 无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为2, 公比为 $\frac{1}{3}$, 则 $\{a_n\}$ 的各项和为_____;

10. 若 $2+i$ (i 为虚数单位) 是关于 x 的实系数一元二次方程 $x^2+ax+5=0$ 的一个虚根, 则 $a=$ _____;

11. 函数 $y=x^2-2x+1$ 在区间 $[0,m]$ 上的最小值为0, 最大值为1, 则实数 m 的取值范围是_____;

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 、 B 是圆 $x^2+y^2-6x+5=0$ 上的两个动点, 且满足 $|AB|=2\sqrt{3}$, 则 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|$ 的最小值为_____;

二. 选择题（本大题共12题，每题3分，共36分）

13. 满足 $\sin \alpha > 0$ 且 $\tan \alpha < 0$ 的角 α 属于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限;

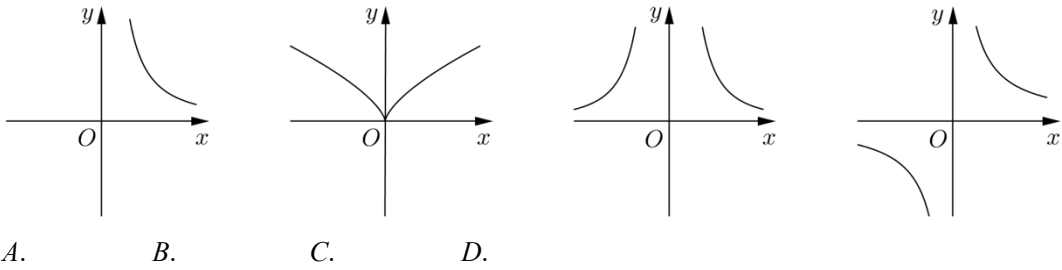
14. 半径为1的球的表面积为 ()

A. π B. $\frac{4}{3}\pi$ C. 2π D. 4π

15. 在 $(1+x)^6$ 的二项展开式中, x^2 项的系数为 ()

A. 2 B. 6 C. 15 D. 20

16. 幂函数 $y=x^{-2}$ 的大致图像是 ()



17. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (1, 2)$, 则向量 \vec{b} 在向量 \vec{a} 方向上的投影为 ()

- A. 1 B. 2 C. (1, 0) D. (0, 2)

18. 设直线 l 与平面 α 平行, 直线 m 在平面 α 上, 那么 ()

- A. 直线 l 平行于直线 m B. 直线 l 与直线 m 异面
C. 直线 l 与直线 m 没有公共点 D. 直线 l 与直线 m 不垂直

19. 用数学归纳法证明等式 $1+2+3+\dots+2n=2n^2+n$ ($n \in N^*$) 的第 (ii) 步中, 假设 $n=k$ 时原等式成立, 那么在 $n=k+1$ 时, 需要证明的等式为 ()

- A. $1+2+3+\dots+2k+2(k+1)=2k^2+k+2(k+1)^2+(k+1)$
B. $1+2+3+\dots+2k+2(k+1)=2(k+1)^2+(k+1)$
C. $1+2+3+\dots+2k+(2k+1)+2(k+1)=2k^2+k+2(k+1)^2+(k+1)$
D. $1+2+3+\dots+2k+(2k+1)+2(k+1)=2(k+1)^2+(k+1)$

20. 关于双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ 与 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$ 的焦距和渐近线, 下列说法正确的是 ()

- A. 焦距相等, 渐近线相同 B. 焦距相等, 渐近线不相同
C. 焦距不相等, 渐近线相同 D. 焦距不相等, 渐近线不相同

21. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 R , 则“ $f(0)=0$ ”是“ $y=f(x)$ 为奇函数”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

22. 下列关于实数 a 、 b 的不等式中, 不恒成立的是 ()

- A. $a^2+b^2 \geq 2ab$ B. $a^2+b^2 \geq -2ab$
C. $(\frac{a+b}{2})^2 \geq ab$ D. $(\frac{a+b}{2})^2 \geq -ab$

23. 设单位向量 \vec{e}_1 与 \vec{e}_2 既不平行也不垂直, 对非零向量 $\vec{a} = x_1\vec{e}_1 + y_1\vec{e}_2$, $\vec{b} = x_2\vec{e}_1 + y_2\vec{e}_2$, 有结论: ① 若 $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$; ② 若 $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$, 则 $\vec{a} \perp \vec{b}$; 关于以上两个结论, 正确的判断是 ()

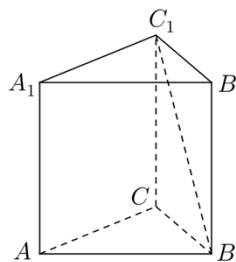
- A. ①成立, ②不成立 B. ①不成立, ②成立
C. ①成立, ②成立 D. ①不成立, ②不成立

24. 对于椭圆 $C_{(a,b)}: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0, a \neq b)$, 若点 (x_0, y_0) 满足 $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} < 1$, 则称该点在椭圆 $C_{(a,b)}$ 内, 在平面直角坐标系中, 若点 A 在过点 $(2,1)$ 的任意椭圆 $C_{(a,b)}$ 内或椭圆 $C_{(a,b)}$ 上, 则满足条件的点 A 构成的图形为 ()

- A. 三角形及其内部 B. 矩形及其内部
C. 圆及其内部 D. 椭圆及其内部

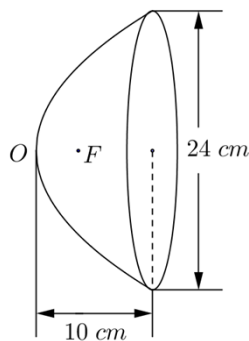
三. 解答题 (本大题共5题, 共8+8+8+12+12=48分)

25. 如图, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 $9\sqrt{3}$, 底面边长为3, 求异面直线 BC_1 与 AC 所成的角的大小;



26. 已知函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$, 求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值, 并指出 $f(x)$ 取得最大值时 x 的值;

27. 如图, 汽车前灯反射镜与轴截面的交线是抛物线的一部分, 灯口所在的圆面与反射镜的轴垂直, 灯泡位于抛物线的焦点 F 处, 已知灯口直径是 24cm , 灯深 10cm , 求灯泡与反射镜的顶点 O 的距离;



28. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为2的等差数列;

(1) 若 a_1 、 a_3 、 a_4 成等比数列，求 a_1 的值；

(2) 设 $a_1 = -19$ ，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$ ， $b_{n+1} - b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ，记 $c_n = S_n + 2^{n-1} \cdot b_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，求数列 $\{c_n\}$ 的最小值 c_{n_0} ；（即 $c_{n_0} \leq c_n$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 成立）

29. 对于函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ ，记集合 $D_{f>g} = \{x \mid f(x) > g(x)\}$ ：

(1) 设 $f(x) = 2|x|$ ， $g(x) = x + 3$ ，求 $D_{f>g}$ ；

(2) 设 $f_1(x) = x - 1$ ， $f_2(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + a \cdot 3^x + 1$ ， $h(x) = 0$ ，如果 $D_{f_1>h} \cup D_{f_2>h} = \mathbb{R}$ ，求实数 a 的取值范围；

附加题

一. 选择题 (本大题共3题, 每题3分, 共9分)

1. 若函数 $f(x) = \sin(x + \varphi)$ 是偶函数, 则 φ 的一个值是 ()

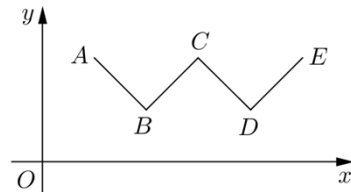
- A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

2. 在复平面上, 满足 $|z-1| = 4$ 的复数 z 所对应的点的轨迹是 ()

- A. 两个点 B. 一条线段 C. 两条直线 D. 一个圆

3. 已知函数 $f(x)$ 的图像是折线段 $ABCDE$, 如图, 其中 $A(1,2)$ 、 $B(2,1)$ 、 $C(3,2)$ 、 $D(4,1)$ 、 $E(5,2)$, 若直线 $y = kx + b$ ($k, b \in \mathbb{R}$) 与 $f(x)$ 的图像恰有4个不同的公共点, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$
C. $(0, 1]$ D. $[0, \frac{1}{3}]$



二. 填空题 (本大题共3题, 每题3分, 共9分)

4. 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的长半轴的长为_____;

5. 已知圆锥的母线长为10, 母线与轴的夹角为 30° , 则该圆锥的侧面积为_____;

6. 小明用数列 $\{a_n\}$ 记录某地区2015年12月份31天中每天是否下过雨, 方法为: 当第 k 天下过雨时, 记 $a_k = 1$, 当第 k 天没下过雨时, 记 $a_k = -1$ ($1 \leq k \leq 31$); 他用数列 $\{b_n\}$ 记录该地区该月每天气象台预报是否有雨, 方法为: 当预报第 k 天有雨时, 记 $b_k = 1$, 当预报第 k 天没有雨时, 记 $b_k = -1$ ($1 \leq k \leq 31$); 记录完毕后, 小明计算出 $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots + a_{31}b_{31} = 25$, 那么该月气象台预报准确的总天数为_____;

三.解答题（本大题12分）

7. 对于数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ ，若对数列 $\{c_n\}$ 的每一项 c_k ，均有 $c_k = a_k$ 或 $c_k = b_k$ ，则称数列 $\{c_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的一个“并数列”；

（1）设数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的前三项分别为 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 3$ ， $a_3 = 5$ ， $b_1 = 1$ ， $b_2 = 2$ ， $b_3 = 3$ ，若数列 $\{c_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的一个“并数列”，求所有可能的有序数组 (c_1, c_2, c_3) ；

（2）已知数列 $\{a_n\}$ 、 $\{c_n\}$ 均为等差数列， $\{a_n\}$ 的公差为1，首项为正整数 t ， $\{c_n\}$ 的前10项和为 -30 ，前20项和为 -260 ，若存在唯一的数列 $\{b_n\}$ ，使得 $\{c_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的一个“并数列”，求 t 的值所构成的集合；

参考答案

一. 填空题

1. 3; 2. 7; 3. $\frac{\pi}{4}$; 4. $[2, +\infty)$;

5. 8; 6. 1; 7. $2\sqrt{3}$; 8. 24;

9. 3; 10. -4; 11. $[1, 2]$; 12. 4;

二. 选择题

13. B; 14. D; 15. C; 16. C; 17. A; 18. C;

19. D; 20. B; 21. B; 22. D; 23. A; 24. B;

三. 解答题

25. $h = 4 \Rightarrow \theta = \arccos \frac{3}{10}$;

26. $T = 2\pi$, 当 $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ($k \in Z$) 时, 有 $y_{\max} = 2$;

27. $y^2 = 14.4x \Rightarrow |OF| = 3.6\text{cm}$;

28. (1) $a_1 = -8$; (2) $c_n = n^2 - 20n + 2^n - 1$, $c_{\min} = c_4 = -49$;

29. (1) $D_{f>g} = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$; (2) $a > -\frac{4}{9}$;

附加题

1. B; 2. D; 3. B;

4. 5; 5. 50π ; 6. 28;

7. (1) $(1, 3, 5)$, $(1, 3, 3)$, $(1, 2, 5)$, $(1, 2, 3)$;

(2) $\{t \mid t \neq 3, t \neq 6, t \in N^*\}$;