2020年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数学

本试卷共5页，150分，考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效，考试结束后，将本试卷和答案卡一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、　选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知集合 $A=\{-1,0,1,2\},B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1\}$

B. $\{0,1\}$

C. $\{-1,1,2\}$

D. $\{1,2\}$

2．在复平面内，复数z对应的点的坐标是（1,2），则$i\cdot z$=

A. $1+2i$

B. $-2+i$

C. $1-2i$

D. $-2-i$

3．在$\left(\sqrt{x}-2\right)^5$的展开式中，$x^2$的系数为

A. -5

B. 5

C. -10

D. 10

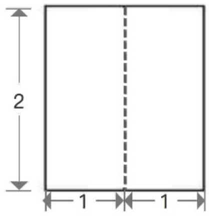
4．某三棱柱的底面为正三角形，其三视图如图所示，该三棱柱的表面积为

A. $6+\sqrt{3}$

B. $6+2\sqrt{3}$

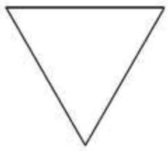
C. $12+\sqrt{3}$

D. $12+2\sqrt{3}$



正（主）视图

侧（左）视图



俯视图

5．已知半径为1的圆经过点$(3,4)$，则其圆心到原点的距离的最小值为

（A） 4

（B） 5

（C） 6

（D） 7

6．已知函数$f(x)=2^x-x-1$，则不等式$f(x)>0$的解集是

（A） $(-1,1)$

（B） $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

（C） $(0,1)$

（D） $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

7．设抛物线的顶点为O，焦点为F，准线为l，P是抛物线上异于O的一点，过P作$PQ\perp l$于Q，则线段FQ的垂直平分线

（A） 经过点O

（B） 经过点P

(C) 平行于直线OP

(D) 垂直于直线OP

8．在等差数列$\{a_n\}$中，a_1=−9，a_5=−1，记$T_n = a_1a_2\dots a_n\left(n = 1,2,\dots\right)$，则数列$\{T_n\}$

（A）有最大项，有最小项

（B）有最大项，无最小项

（C）无最大项，有最小项

（D）无最大项，无最小项

9．已知α，$\beta \in R$，则“存在$k \in Z$使得$\alpha = k\pi + \left(-1\right)^k \beta$”是“$\sin\alpha = \sin\beta$”的

（A）充分而不必要条件

（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件

（D）既不充分也不必要条件

10．2020年3月14日是全球首个国际圆周率日（π Day）．历史上，求圆周率π的方法有多种，与中国传统数学中的“割圆术”相似，数学家阿尔·卡西的方法是:当正整数n充分大时，计算单位圆的内接正$6n$边形的周长和外切正$6n$边形（各边均与圆相切的正$6n$边形）的周长，将它们的算术平均数作为2π的近似值，按照阿尔·卡西的方法，π的近似值的表达式是

（A）$3n(\sin\frac{30°}{n} + \tan\frac{30°}{n})$

（B）$6n(\sin\frac{30°}{n} + \tan\frac{30°}{n})$

（C）$3n(\sin\frac{60°}{n} + \tan\frac{60°}{n})$

（D）$6n(\sin\frac{60°}{n} + \tan\frac{60°}{n})$

第二部分（非选择题 共110分）

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分。

11．函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+1}+Inx$ 的定义域是_________.

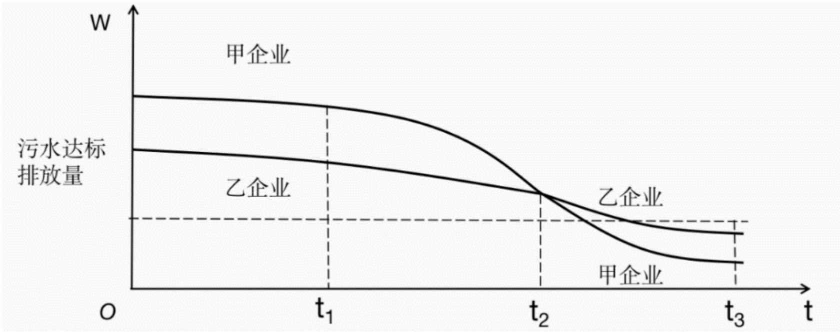
12．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$，则 C 的右焦点的坐标为_________:

C 的焦点到其渐近线的距离是_________.

13．已知正方形 $ABCD$ 的边长为2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 $|\overrightarrow{PD}|$=__________；$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PD}$=_________.

14．若函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)+\cos x$ 的最大值为2，则常数 φ 的一个取值为_________.

15．为满足人民对美好生活的向往，环保部门要求企业加强污水治理，排放未达标的企业要限期整改，设企业的污水排放量 W 与时间 t 的关系为 $W=f(t)$，用 $-\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小评价在 $[a,b]$ 这段时间内企业污水治理能力的强弱。已知整改期内，甲、乙两企业的污水排放量与时间的关系如下图所示.



给出下列四个结论：

① 在$[t_1,t_2]$这段时间内，甲企业的污水治理能力比乙企业强；

② 在t_2时刻，甲企业的污水治理能力比乙企业强；

③ 在t_3时刻，甲、乙两企业的污水排放都已达标；

④ 甲企业在$[0,t_1]$，$[t_1,t_2]$，$[t_2,t_3]$这三段时间中，在$[0,t_1]$的污水治理能力最强.

其中所有正确结论的序号是______.

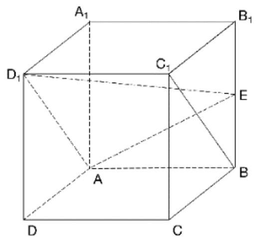
三、解答题共6小题，共85分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16．（本小题13分）

如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为BB_1的中点，

(I) 求证：$BC_1 \parallel$平面AD_1E；

(II) 求直线AA_1与平面AD_1E所成角的正弦值。



17.（本小题13分）

在$\triangle ABC$中，$a+b=11$，

再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知， 求:

(I) a的值；

(II) $\sin C$ 和$\triangle ABC$的面积.

条件①：$c=7$，$cosA=-\frac{1}{7}$；

条件②：$cosA=\frac{1}{8}$，$c\text{os}B=\frac{9}{16}$。

注:如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分。

18.（本小题14分）

某校为举办甲、乙两项不同活动，分别设计了相应的活动方案：方案一、方案二。为了解该校学生对活动方案是否支持，对学生进行简单随机抽样，获得数据如下表：

	男生		女生	
	支持	不支持	支持	不支持
方案一	200人	400人	300人	100人
方案二	350人	250人	150人	250人

假设所有学生对活动方案是否支持相互独立。

（I）分别估计该校男生支持方案一的概率、该校女生支持方案一的概率；

（II）从该校全体男生中随机抽取2人，全体女生中随机抽取1人，估计这3人中恰有2人支持方案一的概率；

（III）将该校学生支持方案二的概率估计值记为p_0。假设该校一年级有500名男生和300名女生，除一年级外其他年级学生支持方案二的概率估计值记为p_1，试比较p_0与p_1的大小。（结论不要求证明）

19．（本小题15分）

已知函数 $f(x)=12-x^2$。

（I）求曲线 $y=f(x)$ 的斜率等于-2的切线方程；

（II）设曲线 $y=f(x)$ 在点 $(t,f(t))$ 处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为 $S(t)$，求 $S(t)$ 的最小值.

20．（本小题15分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 过点 $A(-2,-1)$，且 $a=2b$。

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）过点 $B(-4,0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于点 M，N，直线 MA，NA 分别交直线 $x=-4$ 于点 P，Q. 求 $\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值.

21.（本小题15分）

已知$\{a_n\}$是无穷数列，给出两个性质：

①对于$\{a_n\}$中任意两项$a_i,a_j(i>j)$，在$\{a_n\}$中都存在一项a_m，使得$\frac{{a_i}^2}{a_j}=a_m$；

②对于$\{a_n\}$中任意一项$a_n(n\geq 3)$，在$\{a_n\}$中都存在两项$a_k,a_l(k>l)$，使得

$a_n=\frac{{a_k}^2}{a_l}$.

（I）若$a_n=n(n=1,2,...)$，判断数列$\{a_n\}$是否满足性质①，说明理由；

（II）若$a_n=2^{n-1}(n=1,2,...)$，判断数列$\{a_n\}$是否同时满足性质①和性质②，说明理由；

（III）若$\{a_n\}$是递增数列，且同时满足性质①和性质②，证明：$\{a_n\}$为等比数列.