2009年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数 学（文史类）

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，第I卷1至2页。第II卷3至4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

1.答题前，务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中姓名，座位号与本人姓名、座位号是否一致。务必在答题卡背面规定的地方填写姓名和座位号后两位。

2.答第I卷时、每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮檫干净后，在选涂其他答案标号。

3.答第II卷时，必须用直径0.5毫米黑色黑水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出，确认后在用0.5毫米的黑色墨色签字笔清楚。必须在标号所指示的答题区域作答，超出答题卡区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上答题无效。

4.考试结束，务必将试题卷和答题卡一并上交。

参考公式：

S表示底面积，h表示底面的高

如果事件A、B互斥，那么　　棱柱体积 $V=Sh$

P(A+B)=P(A)+P (B)　　棱锥体积 $V=\frac{1}{3}Sh$

支点物理 曹亚辉高中物理 www.zhidianwuli.com

第I卷(选择题 共50分)

一.选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.i是虚数单位，$\frac{5i}{2-i}=$

A.$1+2i$　　B. $-1-2i$　　C. $1-2i$　　D. $-1+2i$

2.设变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geq 3\\x-y\geq -1\\2x-y\leq 3\end{cases}$，则目标函数$z=2x+3y$的最小值为

A. 6　　B. 7　　C.8　　D.23

3.设 $x\in R$, 则 "$x=1$" 是 "$x^3=x$" 的

A.充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D.既不充分也不必要条件

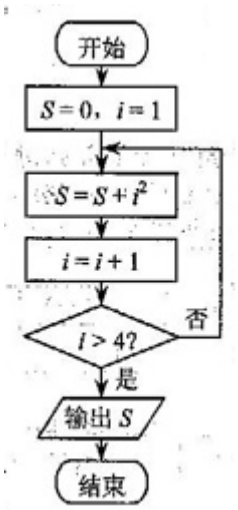
4.设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=(a>b>0)$ 的虚轴长为2，焦距为 $2\sqrt{3}$，则双曲线的渐近线方程为

A. $y=\pm\sqrt{2}x$　　B. $y=\pm 2x$　　C. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D. $y=\pm\frac{1}{2}x$

5.设 $a=\log_{\frac{1}{3}}2, b=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}, c=\left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$



6.阅读右面的程序框图，则输出的 $S=$

A. 14　　B.20

C.30　　D.55

7.已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(x\in R,\omega>0)$ 的最小正周期为 π，将 $y=f(x)$ 的图像向左平移 $|\varphi|$ 个单位长度，所得图像关于 y 轴对称，则 φ 的一个值是

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{3\pi}{8}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{8}$

8.设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-4x+6, x\geq 0\\ x+6, x<0\end{cases}$，则不等式 $f(x)>f(1)$ 的解集是

A. $(-3,1)\cup(3,+\infty)$　　B. $(-3,1)\cup(2,+\infty)$

C. $(-1,1)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-3)\cup(1,3)$

9.设 $x,y\in R, a>1, b>1$，若 $a^x=b^y=3, a+b=2\sqrt{3}$，则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 的最大值为

A.2　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

曹亚辉高中物理 www.zhidianwuli.com

10.设函数 $f\left(x\right)$ 在 R 上的导函数为 $f'\left(x\right)$，且 $2f\left(x\right)+xf'\left(x\right)>x^2$，下面的不等式在 R 上恒成立的是

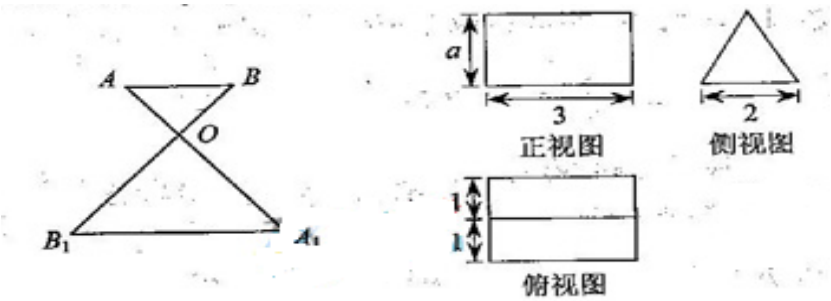
A. $f\left(x\right)>0$　　B. $f\left(x\right)<0$　　C. $f\left(x\right)>x$　　D. $f\left(x\right)<x$

第II卷

二．填空题：本大题共6小题，每小题4分，共24分，把答案填在答题卡的相应位置。

11.如图，AA_1 与 BB_1 相交于点 O，$AB // A_1B_1$ 且 $AB=\frac{1}{2}A_1B_1$，若 ΔAOB 的外接圆的直径为1，则 ΔA_1OB_1 的外接圆的直径为_____

12.如图是一个几何体的三视图，若它的体积是 $3\sqrt{3}$，则 $a=$_____



13.设全集 $U=A\cup B=\left\{x\in N^*\middle|\lg x<1\right\}$，若 $A\cap\left(C_uB\right)=\left\{m\middle|m=2n+1,n=0,1,2,3,4\right\}$，则集合 $B=$_____

14.若圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2+2ay-6=0\left(a>0\right)$ 的公共弦的长为 $2\sqrt{3}$，则 $a=$_____

15.若等边 ΔABC 的边长为 $2\sqrt{3}$，平面内一点 M 满足 $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{CB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$，则 $\overrightarrow{MA}\bullet\overrightarrow{MB}=$_____

16.若关于 x 的不等式 $\left(2x-1\right)^2<ax^2$ 的解集中的整数恰有3个，则实数 a 的取值范围是_____

三．解答题;本大题共6小题，共76分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。解答

17.（**本小题满分12分**）

在 ΔABC 中，$BC=\sqrt{5},AC=3,\sin C=2\sin A$

（1）求 AB 的值

（2）求$\sin\left(2A-\frac{\pi}{4}\right)$的值

18.（本小题满分12分）

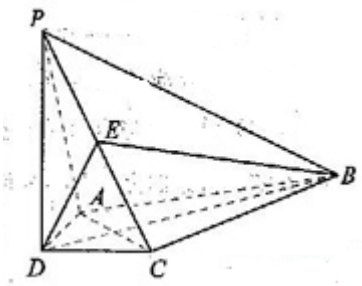
为了了解某市开展群众体育活动的情况，拟采用分层抽样的方法从A,B,C三个区中抽取7个工厂进行调查，已知A,B,C区中分别有18，27，18个工厂

（1）求从A,B,C区中应分别抽取的工厂个数

（2）若从抽得的7个工厂中随机地抽取2个进行调查结果的对比，用列举法计算这2个工厂中至少有一个来自A区的概率

19.（本小题满分12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，$AD\perp CD$，DB平分$\angle ADC$，E为的PC中点，$AD=CD=1,DB=2\sqrt{2}$



（1）证明：$PA//$平面BDE

（2）证明：$AC\perp$平面PBD

（3）求直线BC与平面PBD所成角的正切值

20.（本小题满分12分）

已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为0.设$S_n=a_1+a_2q+\cdots+a_nq^{n-1}$，

$T_n=a_1-a_2q+\cdots+(-1)^{n-1}a_nq^{n-1}$

（1）若$q=1,a_1=1,S_3=15$，求数列$\{a_n\}$的通项公式

（2）若$a_1=d$，且S_1,S_2,S_3成等比数列，求q的值

（3）若$q\neq\pm1$，证明$(1-q)S_{2n}-(1-q)T_{2n}=\frac{2dq(1-q^{2n})}{1-q^2}$

21.（本小题满分14分）

设函数$f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2+(m^2-1)x(x\in R)$，其中$m>0$

（1）当$m=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线的斜率

（2）求函数$f(x)$的单调区间与极值

（3）已知函数 $f\left(x\right)$ 有三个互不相同的零点 $0,x_1,x_2$，且 $x_1<x_2$，若对任意的

$x\in\left[x_1,x_2\right],f\left(x\right)>f\left(1\right)$ 恒成立，求 m 的取值范围

22.（**本小题满分14分**）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的两个焦点分别为 $F_1\left(-c,0\right)$ 和 $F_2\left(c,0\right)$，过点 $E\left(\frac{a^2}{c},0\right)$

的直线与椭圆相交于 A,B 两点，且 $F_1A//F_2B,\left|F_1A\right|=2\left|F_2B\right|$

（1）求椭圆的离心率

（2）求直线 AB 的斜率

（3）设点 C 与点 A 关于坐标原点对称，直线 F_2B 上有一点 $H\left(m,n\right)\left(m\neq0\right)$ 在 ΔAF_1C 的外

接圆上，求 $\frac{n}{m}$ 的值

2009年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）答案解析

参考公式：

。如果事件A，B互相排斥，那么P（AUB）=P（A）+P(B)。

。棱柱的体积公式V=sh。其中S表示棱柱的底面积，h表示棱柱的高

1.【答案】D

【解析】由已知，$\frac{5i}{2-i}=\frac{5i(2+i)}{(2-i)(2+i)}=2i-1$

【考点定位】本试题考查了复数的基本的除法运算。

2.【答案】B

【解析】由已知，先作出线性规划区域为一个三角形区域，得到三个交点（2，1）（1，2）（4，5），那么作一系列平行于直线$2x+3y=0$的平行直线，当过其中点（2，1）时，目标函数最小。

【考点定位】本试题考查了线性规划的最优解的运用以及作图能力。

3．【答案】A

【解析】

因为$x^3=x,解得x=0,1,-1$，显然条件的集合小，结论表示的集合大，由集合的包含关系，我们不难得到结论。

【考点定位】本试题考察了充分条件的判定以及一元高次方程的求解问题。考查逻辑推理能力。

4．【答案】C

【解析】由已知得到$b=1,c=\sqrt{3},a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{2}$，因为双曲线的焦点在x轴上，故渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

【考点定位】本试题主要考查了双曲线的几何性质和运用。考察了同学们的运算能力和推理能力。

5.【答案】B

【解析】由已知结合对数函数图像和指数函数图像得到$a<0,0<c<1$，而$b=\log_2 3>1$，因此选B。

【考点定位】本试题考查了对数函数和指数函数的性质运用，考查了基本的运算能力。

6.【答案】C

【解析】当$i=1$时， S=1;当i=2时， S=5;循环下去，当i=3时， S=14；当i=4时,S=30；

【考点定位】本试题考查了程序框图的运用。

7.【答案】D

【解析】由已知，周期为 $\pi=\frac{2\pi}{w},w=2$

，则结合平移公式和诱导公式可知平移后是偶函数，$\sin[2(x+\varphi)+\frac{\pi}{4}]=\pm\cos 2x$，故选D

【考点定位】本试题考查了三角函数的周期性和三角函数的平移公式运用以及诱导公式的运用。

8.【答案】A

【解析】由已知，函数先增后减再增

当 $x\geq 0$，$f(x)\geq 2$ $f(1)=3$ 令 $f(x)=3,$

解得 $x=1,x=3$。

当 $x<0$，$x+6=3,x=-3$

故 $f(x)>f(1)=3$，解得 $-3<x<1$ 或 $x>3$

【考点定位】本试题考查分段函数的单调性问题的运用。以及一元二次不等式的求解。

9.【答案】C

【解析】因为 $a^x=b^y=3,x=\log_a 3,y=\log_b 3$，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\log_3 ab\leq\log_3(\frac{a+b}{2})^2=1$

【考点定位】本试题考查指数式和对数式的互化，以及均值不等式求最值的运用，考查了变通能力。

10.【答案】A

【解析】由已知，首先令 $x=0$，排除B，D。然后结合已知条件排除C,得到A

【考点定位】本试题考察了导数来解决函数单调性的运用。通过分析解析式的特点，考查了分析问题和解决问题的能力。

二、填空题（本大题共6个小题，每小题4分，共24分。把答案填写在题中的横线上。）

11.【答案】2

【解析】由正弦定理可以知道，$\frac{AB}{\sin O}=2r=1,\frac{A_1B_1}{\sin O}=2R,A_1B_1=2AB$,所以 ΔA_1OB_1 的外接圆半径是 ΔAOB 外接圆半径的二倍。

【考点定位】本试题考查了正弦定理的运用。以及三角形中外接圆半径与边角的关系式运用。考察了同学们对于新问题的转化化归思想。

12.【答案】$\sqrt{3}$

【解析】由已知正视图可以知道这个几何体是睡着的直三棱柱，两个底面是等腰的三角形，且底边为2，等腰三角形的高位a，侧棱长为3，结合面积公式可以得到

$V=sh=\frac{1}{2}\times 2\times a\times 3=3\sqrt{3}$，解得a=$\sqrt{3}$

【考点定位】本试题考查了简单几何体的三视图的运用。培养同学们的空间想象能力和基本的运算能力。

13.【答案】{2，4，6，8}

【解析】$U=A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ $A\cap C_U B=\{1,3,5,7,9\}$ $B=\{2,4,6,8\}$

【考点定位】本试题主要考查了集合的概念和基本的运算能力。

14.【答案】1

【解析】由已知，两个圆的方程作差可以得到相交弦的直线方程为$y=\frac{1}{a}$

，利用圆心（0，0）到直线的距离d $=\frac{|\frac{1}{a}|}{\sqrt{1}}$ 为$\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}=1$，解得a=1

【考点定位】本试题考查了直线与圆的位置关系以及点到直线的距离公式的运用。考察了同学们的运算能力和推理能力。

15.【答案】-2

【解析】合理建立直角坐标系，因为三角形是正三角形，故设$C(0,0),A(2\sqrt{3},0),B(\sqrt{3},3)$

这样利用向量关系式，求得M $(\frac{3\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$，然后求得$\vec{MA}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}),\vec{MB}=(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{5}{2})$，运用数量积公式解得为-2.

【考点定位】本试题考察了向量在解三角形中的几何运用。也体现了向量的代数化手段的重要性。考查了基本知识的综合运用能力。

16. 【答案】$(\frac{25}{9},\frac{49}{16})$

【解析】因为不等式等价于$(-a+4)x^2-4x+1<0$，其中$(-a+4)x^2-4x+1=0$中的

$\Delta=4a>0$，且有$4-a>0$，故$0<a<4$，不等式的解集为$\frac{1}{2+\sqrt{a}}<x<\frac{1}{2-\sqrt{a}}$，

$\frac{1}{4}<\frac{1}{2+\sqrt{a}}<\frac{1}{2}$则一定有1，2，3为所求的整数解集。所以$3<\frac{1}{2-\sqrt{a}}<4$，解得a的范围

为 $(\frac{25}{9},\frac{49}{16})$

【考点定位】本试题考查含有参数的一元二次不等式的解集问题的运用。考查了分类讨论思想以及逆向思维的能力。

三、解答题

17.【答案】$\frac{\sqrt{2}}{10}$

【解析】（1）解：在 ΔABC 中，根据正弦定理，$\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}$，于是 $AB=\sin C\frac{BC}{\sin A}=2BC=2\sqrt{5}$

（2）解：在 ΔABC 中，根据余弦定理，得 $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\bullet AC}$

于是 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

从而 $\sin 2A=2\sin A\cos A=\frac{4}{5},\cos 2A=\cos^2 A-\sin^2 A=\frac{3}{5}$

$$\sin(2A-\frac{\pi}{4})=\sin 2A\cos\frac{\pi}{4}-\cos 2A\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{10}$$

【考点定位】本题主要考查正弦定理，余弦定理同角的三角函数的关系式，二倍角的正弦和余弦，两角差的正弦等基础知识，考查基本运算能力。

18.【答案】(1) 2，3，2(2) $\frac{11}{21}$

【解析】（1）解：工厂总数为18+27+18=63，样本容量与总体中的个体数比为 $\frac{7}{63}=\frac{1}{9}$，所以从A,B,C三个区中应分别抽取的工厂个数为2，3，2.

（2）设 A_1,A_2 为在A区中抽得的2个工厂，B_1,B_2,B_3 为在B区中抽得的3个工厂，C_1,C_2 为在C区中抽得的2个工厂，这7个工厂中随机的抽取2个，全部的可能结果有：C_7^2 种，随机的抽取的2个工厂至少有一个来自A区的结果有 (A_1,A_2)，(A_1,B_2) (A_1,B_1) (A_1,B_3) (A_1,C_2) (A_1,C_1),同理 A_2 还能组合5种，一共有11种。所以所求的概率为 $\frac{11}{C_7^2}=\frac{11}{21}$

【考点定位】本小题主要考查分层抽样、用列举法计算随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率等基础知识，考查运用统计、概率知识解决实际问题的能力。

19.【答案】（1）略（2）略（3）$\frac{1}{3}$

【解析】

证明：设 $AC \cap BD = H$，连结EH，在 ΔADC 中，因为AD=CD，且DB平分 $\angle ADC$，所以H为AC的中点，又有题设，E为PC的中点，故 $EH // PA$,又

$HE \subset 平面BDE, PA \not\subset 平面BDE$,所以 $PA // 平面BDE$

（2）证明：因为 $PD \perp 平面ABCD$， $AC \subset 平面ABCD$，所以 $PD \perp AC$

由（1）知，$BD \perp AC$, $PD \cap BD = D$, 故 $AC \perp 平面PBD$

(3)解：由 $AC \perp 平面PBD$ 可知，BH为BC在平面PBD内的射影，所以 $\angle CBH$ 为直线与平面PBD所成的角。

由 $AD \perp CD$, $AD = CD = 1, DB = 2\sqrt{2}$,可得 $DH = CH = \frac{\sqrt{2}}{2}, BH = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

在 $Rt\Delta BHC$ 中，$\tan\angle CBH = \frac{CH}{BH} = \frac{1}{3}$,所以直线BC与平面PBD所成的角的正切值为 $\frac{1}{3}$。

【考点定位】本小题主要考察直线与平面平行。直线和平面垂直。直线和平面所成的角等基础知识，考察空间想象能力、运算能力和推理能力。

20.【答案】（1）$a_n = 4n - 3$（2）$q = -2$（3）略

【解析】（1）解：由题设，$S_3 = a_1 + (a_1 + d)q + (a_1 + 2d)q^2$,将 $q = 1, a_1 = 1, S_3 = 15$

代入解得 $d = 4$，所以 $a_n = 4n - 3$ $n \in N*$

（2）解：当 $a_1 = d, S_1 = d, S_2 = d + 2dq, S_3 = d + 2dq + 3dq^2, \because S_1, S_2, S_3$ 成等比数列，

所以 ${S_2}^2 = S_1 S_3$，即 $(d + 2dq)^2 = d（d + 2dq + 3dq^2)$，注意到 $d \neq 0$，整理得 $q = -2$

（3）证明：由题设，可得 $b_n = q^{n-1}$，则

$S_{2n} = a_1 + a_2 q + a_3 q^2 + \cdots a_{2n} q^{2n-1}$ ①

$T_{2n} = a_1 - a_2 q + a_3 q^2 - \cdots - a_{2n} q^{2n-1}$ ②

①-②得，

$S_{2n}-T_{2n}=2(a_2q+a_4q^3+\cdots+a_{2n}q^{2n-1})$

①+②得，

$S_{2n}+T_{2n}=2(a_1q+a_3q^2+\cdots+a_{2n-1}q^{2n-2})$ ③

③式两边同乘以 q，得 $q(S_{2n}+T_{2n})=2(a_1q+a_3q^2+\cdots+a_{2n-1}q^{2n-2})$

所以 $(1-q)S_{2n}-(1+q)T_{2n}=2d(q+q^3+\cdots+q^{2n-1})=\dfrac{2dq(1-q^{2n})}{1-q^2}$

（3）证明：$c_1-c_2=(a_{k_1}-a_{l_1})b_1+(a_{k_{21}}-a_{l_2})b_2+(a_{k_n}-a_{l_n})b_n$

$=(k_1-l_1)db_1+(k_2-l_2)db_1q+\cdots+(k_n-l_n)db_1q^{n-1}$

因为 $d\neq 0,b_1\neq 0$，所以

$$\frac{c_1-c_2}{db_1}=(k_1-l_1)+(k_2-l_2)q+\cdots+(k_n-l_n)q^{n-1}$$

若 $k_n\neq l_n$，取i=n，

若 $k_n=l_n$，取i满足 $k_i\neq l_i$，且 $k_j=l_j$，$i+1\leq j\leq n$

由（1）（2）及题设知，$1<i\leq n$，且

$$\frac{c_1-c_2}{db_1}=(k_1-l_1)+(k_2-l_2)q+\cdots+(k_n-l_n)q^{n-1}$$

当 $k_i<l_i$ 时，$k_i-l_i\leq -1$，由 $q\geq n$，$k_i-l_i\leq q-1,i=1,2\cdots,i-1$

即 $k_1-l_1\leq q-1$，$(k_2-l_2)q\leq q(q-1),\cdots(k_{i-1}-l_{i-1})q^{i-2}\leq q(q-1)^{i-2}$

所以 $\dfrac{c_1-c_2}{db_1}\leq (q-1)+(q-1)q+\cdots+(q-1)q^{i-2}-q^{i-1}=(q-1)\dfrac{1-q^{i-1}}{1-q}-q^{i-1}=-1$

因此 $c_1-c_2\neq 0$

当 $k_i>l_i$ 时，同理可得 $\dfrac{c_1-c_2}{db_1}\leq -1,$ 因此 $c_1-c_2\neq 0$

综上，$c_1\neq c_2$

【考点定位】本小题主要考查了等差数列的通项公式，等比数列通项公式与前n项和等基本

知识，考查运算能力和推理论证能力和综合分析解决问题的能力。

21.

【答案】（1）1（2）$f(x)$在$(-\infty,1-m)$和$(1+m,+\infty)$内减函数，在$(1-m,1+m)$内增函数

。函数$f(x)$在$x=1+m$处取得极大值$f(1+m)$，且$f(1+m)$=$\frac{2}{3}m^3+m^2-\frac{1}{3}$

函数$f(x)$在$x=1-m$处取得极小值$f(1-m)$，且$f(1-m)$=$-\frac{2}{3}m^3+m^2-\frac{1}{3}$

【解析】解：当$m=1$时，$f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2, f^{/}(x)=x^2+2x,$故$f^{'}(1)=1$

所以曲线$y=f(x)$在点（1，f（1））处的切线斜率为1.

（2）解：$f^{'}(x)=-x^2+2x+m^2-1$，令$f^{'}(x)=0$，得到$x=1-m, x=1+m$

因为$m>0,$所以$1+m>1-m$

当x变化时，$f(x), f^{'}(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,1-m)$	$1-m$	$(1-m,1+m)$	$1+m$	$(1+m,+\infty)$
$f^{'}(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	极小值	↗	极大值	↘

$f(x)$在$(-\infty,1-m)$和$(1+m,+\infty)$内减函数，在$(1-m,1+m)$内增函数。

函数$f(x)$在$x=1+m$处取得极大值$f(1+m)$，且$f(1+m)$=$\frac{2}{3}m^3+m^2-\frac{1}{3}$

函数$f(x)$在$x=1-m$处取得极小值$f(1-m)$，且$f(1-m)$=$-\frac{2}{3}m^3+m^2-\frac{1}{3}$

（3）解：由题设，$f(x)=x(-\frac{1}{3}x^2+x+m^2-1)=-\frac{1}{3}x(x-x_1)(x-x_2)$

所以方程$-\frac{1}{3}x^2+x+m^2-1$=0由两个相异的实根x_1,x_2，故$x_1+x_2=3$，且

$\Delta=1+\frac{4}{3}(m^2-1)>0$，解得$m<-\frac{1}{2}$(舍)，$m>\frac{1}{2}$

因为 $x_1 < x_2$,所以$2x_2 > x_1 + x_2 = 3$,故$x_2 > \frac{3}{2} > 1$

若 $x_1 \le 1 < x_2$,则$f(1) = -\frac{1}{3}(1-x_1)(1-x_2) \ge 0$，而 $f(x_1) = 0$，不合题意

若$1 < x_1 < x_2$,则对任意的$x \in [x_1, x_2]$有$x - x_1 \ge 0, x - x_2 \le 0,$

则 $f(x) == -\frac{1}{3}x(x-x_1)(x-x_2) \ge 0$ 又 $f(x_1) = 0$，所以函数$f(x)$在$x \in [x_1, x_2]$的最小值

为0，于是对任意的$x \in [x_1, x_2]$，$f(x) > f(1)$恒成立的充要条件是$f(1) = m^2 - \frac{1}{3} < 0$,解得

$-\frac{\sqrt{3}}{3} < m < \frac{\sqrt{3}}{3}$

综上，m的取值范围是$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3})$

【考点定位】本小题主要考查导数的几何意义，导数的运算，以及函数与方程的根的关系解不等式等基础知识，考查综合分析问题和解决问题的能力。

22.【答案】（1）$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$（2）$k = \pm\frac{\sqrt{2}}{3}$（3）$\frac{n}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

【解析】（1）解：由$F_1A // F_2B, |F_1A| = |F_2B|$，得$\frac{|EF_2|}{|EF_1|} = \frac{|F_2B|}{|F_1A|} = \frac{1}{2}$,从而

$\frac{\frac{a^2}{c} - c}{\frac{a^2}{c} + c} = \frac{1}{2}$，整理得$a^2 = 3c^2$，故离心率$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

（2）解：由（1）知，$b^2 = a^2 - c^2 = 2c^2$，所以椭圆的方程可以写为$2x^2 + 3y^2 = 6c^2$

设直线AB的方程为$y = k(x - \frac{a^2}{c})$即$y = k(x - 3c)$

由已知设$A(x_1, y_1)B(x_2, y_2)$则它们的坐标满足方程组$\begin{cases} y = k(x-3c) \\ 2x^2 + 3y^2 = 6c^2 \end{cases}$

消去y整理，得$(2+3k^2)x^2 - 18k^2cx + 27k^2c^2 - 6c^2 = 0$

依题意，$\Delta = 48c^2(1-3k^2) > 0, -\frac{\sqrt{3}}{3} < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$

而 $x_1 + x_2 = \frac{18k^2}{2+3k^2}, x_1x_2 = \frac{27k^2c^2 - 6c^2}{2+3k^2}$，有题设知，点B为线段AE的中点，所以

$x_1 + 3c = 2x_2$

联立三式，解得 $x_1 = \frac{9k^2c - 2c}{2+3k^2}, x_2 = \frac{9k^2c^2 + 2c^2}{2+3k^2}$，将结果代入韦达定理中解得 $k = \pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

(3)由（2）知，$x_1 = 0, x_2 = \frac{3c}{2}$，当 $k = -\frac{\sqrt{2}}{3}$ 时，得A $(0, \sqrt{2}c)$ 由已知得 $C(0, -\sqrt{2}c)$

线段 AF_1 的垂直平分线l的方程为 $y - \frac{\sqrt{2}c}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}(x + \frac{c}{2})$, 直线l与x轴的交点 $(\frac{c}{2}, 0)$ 是

ΔAF_1C 的外接圆的圆心，因此外接圆的方程为 $(x - \frac{c}{2})^2 + y^2 = (\frac{c}{2} + c)^2$

直线 F_2B 的方程为 $y = \sqrt{2}(x - c)$，于是点 $H(m, n)$ 满足方程组 $\begin{cases} (m - \frac{c}{2})^2 + n^2 = \frac{9c^2}{4} \\ n = \sqrt{2}(m - c) \end{cases}$ 由

$m \neq 0$，解得 $m = \frac{5c}{3}, n = \frac{2\sqrt{2}c}{2}$，故 $\frac{n}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

当 $k = \frac{\sqrt{2}}{3}$ 时，同理可得 $\frac{n}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

【考点定位】本小题主要考查椭圆的标准方程和几何性质，直线方程，圆的方程等基础知识。考查用代数方法研究圆锥曲线的性质和数形结合的思想，考查运算能力和推理能力。